

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN



TRABAJO FIN DE MÁSTER

MÁSTER EN TECNOLOGÍAS Y SISTEMAS DE COMUNICACIONES

DISEÑO Y EVALUACIÓN DE CELDAS DESFASADORAS
PARA REFLECTARRAYS RECONFIGURABLES
BASADAS EN CRISTAL LÍQUIDO

Autor:

Gerardo Pérez Palomino

Tutor:

José Antonio Encinar Garcinuño

Madrid, 2011



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
DEPARTAMENTO DE ELECTROMAGNETISMO Y TEORÍA DE CIRCUITOS

TRABAJO FIN DE MÁSTER

MÁSTER EN TECNOLOGÍAS Y SISTEMAS DE COMUNICACIONES

DISEÑO Y EVALUACIÓN DE CELDAS DESFASADORAS PARA REFLECTARRAYS RECONFIGURABLES BASADAS EN CRISTAL LÍQUIDO

Autor:

Gerardo Pérez Palomino
Ingeniero de Telecomunicación

Tutor:

José Antonio Encinar Garcinuño
Doctor Ingeniero de Telecomunicación
Catedrático de Universidad

Madrid, 2011

Trabajo fin de máster: Diseño y evaluación de celdas desfasadoras para reflectarrays reconfigurables
basadas en cristal líquido

Autor: Gerardo Pérez Palomino

Ingeniero de Telecomunicación

Tutor: José Antonio Encinar Garcinuño

Doctor Ingeniero de Telecomunicación

Catedrático de Universidad

Departamento: Electromagnetismo y teoría de circuitos

Universidad Politécnica de Madrid

El tribunal de calificación, compuesto por:

PRESIDENTE:

VOCAL:

SECRETARIO:

Acuerda otorgarle la calificación de:

Madrid, a de de 2011

Agradecimientos

Resumen

Este trabajo se ha centrado en el diseño de celdas de reflectarray reconfigurables basadas en cristal líquido que superan las limitaciones en las celdas descritas en el estado del arte, concernientes al rango de fase, ancho de banda, pérdidas, tiempos de conmutación e inestabilidades en la fase de los estados intermedios del cristal líquido. Para ello, tras una evaluación de las diferentes estrategias de análisis electromagnético de este tipo de celdas, y tras un estudio de las propiedades físicas de los cristales líquidos, se ha demostrado la viabilidad en el empleo de elementos multiresonantes (monocapa y multicapa) como estructuras que permiten eliminar las limitaciones inherentes al elemento resonante simple en cuanto a rango de fase, ancho de banda y pérdidas. Además, mediante el uso exclusivo de los estados estables del cristal líquido, este tipo de elementos permiten también superar la limitación asociada a la inestabilidad de los estados intermedios, ya que el uso de “ n ” metalizaciones con control independiente permiten obtener un número de estados igual a 2^n , que pueden resultar suficientes para sintetizar los estados intermedios, y garantizar el cumplimiento de las especificaciones de una determinada aplicación con un número reducido de metalizaciones. En cuanto a los tiempos de conmutación, se proponen estructuras y estrategias de polarización que permiten su mejora.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Reflectarrays de haz reconfigurable y de barrido	3
1.3. Estado del arte de los reflectarrays reconfigurables basados en cristal líquido	4
1.4. Objetivos y organización del trabajo	9
2. Técnicas para el análisis y diseño de antenas reflectarrays	11
2.1. Introducción	11
2.2. Periodicidad local	12
2.3. Métodos numéricos para el análisis y diseño de celdas periódicas para reflectarrays	13
2.3.1. Método de los momentos (“MoM”) en el dominio espectral	13
2.3.1.1. Caracterización electromagnética de una superficie periódica mediante desarrollos en serie de Fourier. Armónicos TE, TM y TEM	13
2.3.1.2. Excitación mediante ondas planas homogéneas	18
2.3.1.3. Método de los momentos en el dominio espectral para el análisis de superficies periódicas	20
2.3.1.4. Matriz S de una superficie periódica	27
2.3.1.5. Matriz S de una estructura periódica multicapa	28
2.3.1.6. Convergencia de la matriz S	29
2.3.1.7. Resultados	31
2.3.2. Otros métodos numéricos para el análisis de elementos periódicos	33
2.4. Análisis y diseño de una antena reflectarray	34
2.4.1. Síntesis de la fase objetivo	34
2.4.1.1. Síntesis de haz pincel	34
2.4.1.2. Síntesis de haz conformado	35
2.4.2. Bocina de alimentación	36
2.4.3. Análisis completo elemento a elemento	37
2.5. Resumen	41
3. Introducción a los cristales líquidos	43
3.1. Introducción	43
3.2. Tipos de cristales líquidos	45
3.3. Mesofases de los cristales líquidos	45
3.3.1. Fase nemática	46
3.3.2. Fase colestérica	46
3.3.3. Fase esméctica	47
3.3.4. Otras Fases	48

3.4.	Parámetros característicos de la fase nemática	48
3.4.1.	Parámetro de orden	48
3.4.2.	Parámetro de anisotropía: birrefringencia	50
3.4.3.	Punto de paso (Cristales líquidos liotrópicos)	52
3.5.	Respuesta ante excitaciones externas en la fase nemática. Energía libre de Frank-Oseen	54
3.5.1.	Orientación bajo una excitación con campo magnético estático (Efecto Freéderiks)	56
3.5.2.	Orientación bajo una excitación con campo eléctrico estático (Efecto Freéderiks)	60
3.5.3.	Orientación molecular mediante características de superficie	62
3.6.	Respuesta dinámica de un cristal líquido en fase nemática. Tiempos de conmutación	64
3.7.	Métodos de caracterización y propiedades de los cristales líquidos más comunes en microondas	67
3.8.	Resumen	69
4.	Diseño de elementos para reflectarrays reconfigurables basados en cristal líquido	73
4.1.	Introducción	73
4.2.	Modelado electromagnético de los elementos basados en cristal líquido	74
4.2.1.	Efecto de la anisotropía	74
4.2.2.	Efecto de la inhomogeneidad	78
4.3.	Polarización de los cristales líquidos	83
4.3.1.	Estrategias de polarización de cristales líquidos	83
4.3.1.1.	Polarización de elementos en fase	83
4.3.1.2.	Polarización de elementos en contrafase	85
4.3.2.	Estructuras de polarización de cristales líquidos	87
4.3.3.	Circuitos de generación de señales de polarización	88
4.4.	Elemento simple basado en parche/dipolo resonante	89
4.4.1.	Elemento con tensión de polarización continua	89
4.4.2.	Elemento simple con tensión de polarización discreta	93
4.4.3.	Proceso de construcción	99
4.4.4.	Elemento de cuatro electrodos	102
4.5.	Elementos multi-resonantes monocapa	104
4.5.1.	Elemento de 3 dipolos (1x3) con polarización continua	104
4.5.1.1.	Validación mediante simulador en guía	108
4.5.2.	Elemento (1x3) con polarización discreta	111
4.6.	Elementos multi-resonantes multicapa	117
4.6.1.	Elemento doble capa y dipolo (2x1) con polarización continua	118
4.6.2.	Elemento (2x1) y (2x2) con polarización discreta	121
4.7.	Resumen	124
5.	Conclusiones	129
	Bibliografía	133

Índice de figuras

1.1. Reflectarray impreso	2
1.2. a) Elemento radiante (Cara superior) b) Línea desfasadora de longitud variable mediante MEMS (Cara inferior)	3
1.3. Estado molecular de un cristal líquido para diferentes tensiones de polarización	5
1.4. a) Elemento resonante para reflectarrays basado en cristal líquido. b) Elemento de línea de retardo para reflectarrays basado en cristal líquido	7
2.1. Superficie periódica con metalizaciones impresas excitada por una onda plana	14
2.2. Descomposición del problema original en dos problemas equivalentes	22
2.3. Caracterización por bloques de una estructura periódica multicapa y proceso de enlace de matrices S	30
2.4. Celda unidad basada en parches de longitud variable	31
2.5. Celda unidad basada en parches apilados	32
2.6. Fase en función de las dimensiones del parche para el elemento de la figura 2.4. $T_x=T_y=14$ mm, $\epsilon_r = 1,05$, $d_1=1$ mm, $l_x = l_y = longitud$	32
2.7. Fase en función de las dimensiones del parche para el elemento de la figura 2.5. $T_x=T_y=14$ mm, $\epsilon_r = 1,05$, $d_1=d_2=1$ mm, $l_{xcapa1} = l_{ycapa1}$, $l_{xcapa2} = l_{ycapa2}$, $l_{xcapa1} = 0,7l_{xcapa1} = longitud$	33
2.8. Sistemas coordenados definidos para el análisis del reflectarray	36
3.1. Orden molecular en los estados sólido cristalino, cristal líquido y líquido	44
3.2. Distribución molecular en diferentes mesofases del estado cristal líquido. a) Fase Nemática. b) fase colestérica. c) Fase Esmética	46
3.3. fff	47
3.4. Diferentes deformaciones que pueden tener las moléculas de un cristal líquido. a) Torsión ("Twist") b) Pandeo ("Splay") c) Flexión ("Bend")	54
3.5. Orientación molecular de un cristal líquido ante diferentes valores de campo magnético de excitación a) $\vec{H} < \vec{H}_{th}$ b) $\vec{H} = 2\vec{H}_{th}$ c) $\vec{H} = 4\vec{H}_{th}$	57
3.6. Valor angular de máxima variación del director para excitación con \vec{H}	59
3.7. Valor angular de máxima variación del director para excitación con \vec{E} en función de la diferencia de potencial entre superficies separadoras	60
3.8. Orientación molecular de un cristal líquido ante diferentes valores de campo eléctrico de excitación a) $\vec{E} < \vec{E}_{th}$ b) $\vec{E} = 2\vec{E}_{th}$ c) $\vec{E} = 4\vec{E}_{th}$	61
3.9. Geometría de un polímero con corrugaciones empleado para orientar las moléculas de cristal líquido de forma planar	62
3.10. Variación temporal de la orientación molecular de un cristal líquido en el estado transitorio	66
4.1. Elemento simple para reflectarray reconfigurable basado en LC	75

4.2. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad, considerando tanto la isotropía como la anisotropía.	76
4.3. Error máximo cometido para diferentes anchuras del parche, junto con el rango de fase sintetizado, cuando la anisotropía no se considera en el modelado del elemento.	77
4.4. Modelado estructural para la celda unidad considerando tanto la inhomogeneidad como la anisotropía.	80
4.5. Campo electroestático en la celda unidad para el máximo estado de permitividad.	81
4.6. Error en función del número de divisiones, N , para determinar la convergencia de la respuesta en frecuencia considerando la inhomogeneidad.	82
4.7. Distribución de permitividad en la capa de cristal líquido en el caso de $N=4$ para la componente zz del tensor.	82
4.8. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad, considerando tanto la inhomogeneidad como la homogeneidad.	84
4.9. Campo electroestático en la celda unidad para el máximo estado de permitividad con estrategia de polarización en contrafase.	85
4.10. Polarización de elementos en contrafase para sintetizar el estado de máxima permitividad del cristal líquido	86
4.11. Polarización de elementos para proporcionar un barrido en una sólo dimensión.	88
4.12. Esquema para la generación de las señales de polarización	89
4.13. Elemento simple basado en cristal líquido. (a) Vista en planta. (b) Vista lateral.	91
4.14. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad en el elemento D1.	92
4.15. Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento D1, comparada con la respuesta del desfasador ideal.	93
4.16. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad en el elemento D2.	94
4.17. Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento D2, comparada con la respuesta del desfasador ideal.	95
4.18. Orientación molecular máxima en función de la tensión de excitación para dos valores distintos de la tensión umbral.	96
4.19. Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit.	97
4.20. Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20,5^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit	97
4.21. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.	98
4.22. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20,5^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.	99
4.23. Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit.	100
4.24. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.	100
4.25. Polarización del reflectarray con separadores metálicos para el reseteo de los elementos.	102

4.26. Elemento multi-resonante monocapa basado en tres dipolos paralelos (1x3). (a) Vista en planta. (b) Vista lateral.	105
4.27. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad para el elemento (1x3) diseñado.	107
4.28. Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento (1x3) diseñado, comparada con la respuesta del desfasador ideal.	108
4.29. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para las tres celdas fabricadas. Simulaciones y medidas.	110
4.30. Fotografía de una de las tres celdas fabricadas, mostrando su aspecto externo, los dipolos en su interior, e identificando las diferentes capas de la estructura.	111
4.31. Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 3 bits.	112
4.32. Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 3 bits.	112
4.33. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 3 bits.	113
4.34. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 3 bits.	113
4.35. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 3x1 con polarización discreta. Rango de fase: 310° . Estados (dipolo1, dipolo2, dipolo3) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)	115
4.36. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 3x1 con polarización discreta. Rango de fase: 450° . Estados (dipolo1, dipolo2, dipolo3) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)	116
4.37. Elemento multiresonante muticapa compuesto por dos capas de cristal líquido (2x1). (a) Vista el planta, (b) Vista lateral.	118
4.38. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x1 con polarización continua.	120
4.39. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x1 con polarización discreta. Estados (e_{capa1}, e_{capa2}) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)	122
4.40. Elemento multiresonante muticapa compuesto por dos capas de cristal líquido y dos metalizaciones por capa (2x2). (a) Vista el planta, (b) Vista lateral.	123
4.41. (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x2 con polarización discreta. Estados ($e_{capa11}, e_{capa12}, e_{capa21}, e_{capa22}$) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$). Azul: Estado de mínima permitividad. Verde: Estado de máxima permitividad. Rojo: Estados intermedios de 90° y 180° . Gris: Otros estados intermedios.	125
4.42. Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 2 bits.	126
4.43. Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 2 bits.	126
4.44. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 2 bits.	127
4.45. Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 2 bits.	127

Índice de cuadros

3.1. Propiedades eléctricas de los cristales líquidos más empleados en las bandas de microondas	68
4.1. Valores dimensionales para las dos elementos diseñados.	90
4.2. Valores dimensionales para la celda (1x3) diseñada	106
4.3. Valores dimensionales para las tres celdas fabricadas	109
4.4. Niveles de discretización para el elemento de 3 bits y 360°.	114
4.5. Niveles de discretización para el elemento de 3 bits y 450°.	117
4.6. Valores dimensionales para la celda (2x1) diseñada	121
4.7. Valores dimensionales para la celda (2x1) diseñada para operar con estados discretos	123
4.8. Valores dimensionales para la celda (2x2) diseñada para operar con estados discretos	123

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

Tradicionalmente, las antenas con las que se han logrado conseguir ganancias elevadas han correspondido a reflectores parabólicos o a configuraciones en array; sin embargo, ambos tipos de antena presentan dificultades en cuanto a complejidad, coste y construcción cuando se precisa la obtención de haces conformados o reconfigurables. Esta problemática provocó en 1963 la concepción de un nuevo tipo de antena que combinase las características principales de ambas, y que mitigase en cierta medida sus inconvenientes; a esta nueva antena se la denominó reflectarray [1].

Una antena reflectarray está formada por una agrupación de elementos radiantes distribuidos geoméricamente de tal forma que re-radien el campo que se ilumina en ellos a través de un alimentador (al igual que en los reflectores) produciendo unas características de radiación dependientes tanto de la distribución espacial de los elementos, como de las características físicas de los mismos. El principio de funcionamiento se basa en la síntesis de cada elemento de forma que refleje la onda incidente procedente del alimentador con una diferencia de fase apropiada que genere en zona de campo lejano un haz colimado o conformado [1, 2]. De esta forma, en comparación con los arrays, se elimina la complejidad en cuanto al diseño y fabricación de las redes de alimentación, reduciendo las pérdidas y obteniendo una mejor eficiencia, mientras que en comparación con los reflectores parabólicos, se consigue menor dispersión y polarización cruzada junto a la gran ventaja de suprimir la utilización de moldes de gran coste para la consecución de haces conformados.

Generalmente, con el objetivo de mejorar la fabricación y los costes de la antena, los elementos

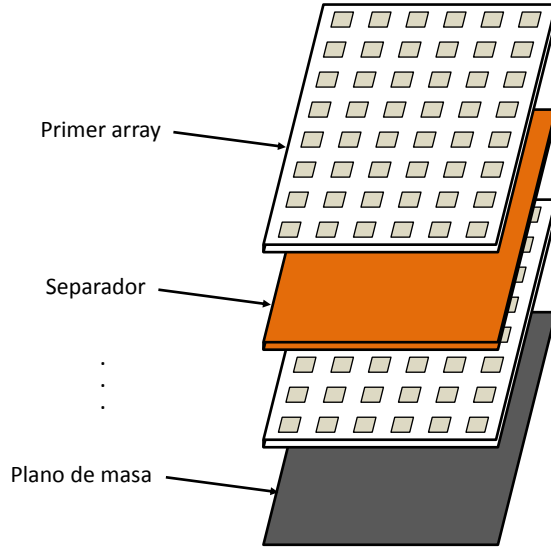


Figura 1.1: Reflectarray impreso

empleados en los reflectarrays suelen ser metalizaciones (rectangulares, circulares, dipolos, anillos, etc [3, 4, 5, 6]) impresas en uno o varios sustratos apilados sobre un plano de masa, distribuidas de forma equiespaciada formando un ambiente localmente periódico [7, 8, 9] (Figura 1.1), lo que hace que este tipo de antenas supongan una seria alternativa a los reflectores y arrays en aplicaciones de alta ganancia [10]. Debido a ello, la investigación en este tipo de antenas ha sufrido un incremento notable desde su aparición, centrándose en proponer geometrías que mejoren su principal inconveniente, el ancho de banda [11, 12, 13, 14, 15, 16], y que supongan nuevas prestaciones: polarización circular [17, 18] o dual [19, 20], doble banda [21, 22, 23], conformidad [24, 25, 26] y/o reconfigurabilidad del haz, etc.

En cuanto a la madurez tecnológica asociada a los reflectarrays, actualmente nos encontramos en un entorno maduro en cuanto a antenas de haz fijo ([1]-[27]), en desarrollo en antenas de haz reconfigurable, ambas de tipo pasivo, y temprano en reflectarrays activos, entendiendo a éstos como los que integran dispositivos de amplificación [28, 29]. A los reflectarrays reconfigurables pasivos, que serán vistos a continuación, pertenecen los basados en tecnología de cristal líquido (“Liquid Crystal”, LC), a cuya línea de investigación se enfocará este trabajo.

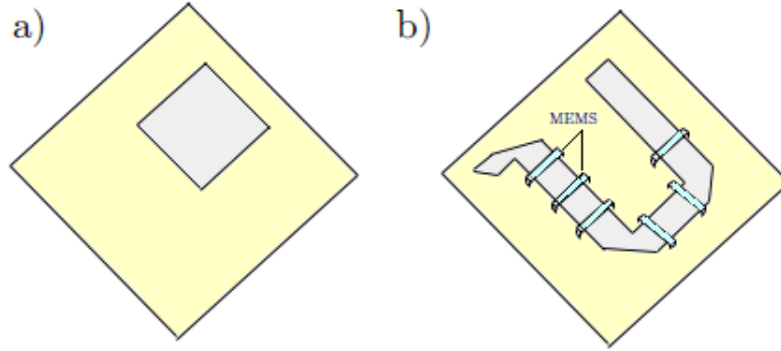


Figura 1.2: a) Elemento radiante (Cara superior) b) Línea desfasadora de longitud variable mediante MEMS (Cara inferior)

1.2. Reflectarrays de haz reconfigurable y de barrido

Debido a su configuración, los reflectarrays proporcionan la capacidad de reconfigurar el haz mediante el control de las fases en cada uno de los elementos [28]-[52]. Dicho control, puede realizarse a través de la inclusión en cada elemento de dispositivos (diodos PIN, MEMS, varactores, etc) cuyo objetivo es variar las características físicas de los mismos (dimensiones, permitividades, etc), y por ende, sus característica de reflexión, mediante la conmutación entre diferentes estados posibles sintetizados a partir de ciertas señales de control (tensión, corriente, flujo de luz, etc).

Se han ideado multitud de elementos desfasadores reconfigurables válidos para reflectarrays, asociados a diferentes dispositivos de conmutación (diodos PIN [30, 31], MEMS [27, 32, 33, 34, 35, 36], varactores [37, 38, 39]), diferentes polarizaciones [40, 41, 42], etc, algunos de los cuales han llegado incluso a formar parte de un prototipo. Como ejemplo, en [27] se ha diseñado, construido y medido un reflectarray en banda Ka que proporciona un desfase en el campo reflejado proporcional a su longitud, cuyos elementos están formados por parches rectangulares impresos sobre una de las superficies de un sustrato (Figura 1.2 a), y un stub de longitud variable obtenido a través de conmutadores MEMS en su otra cara (Figura 1.2 b).

En la actualidad, las frecuencias de trabajo asociadas a los reflectarrays reconfigurables están ligadas a las bandas X, Ku y Ka, ya que los dispositivos de conmutación anteriormente descritos presentan enormes pérdidas y efectos parásitos que hacen que su funcionamiento en rangos de frecuencia por encima de 70 GHz no sea el adecuado en el presente estado de la tecnología. Por ello, para dar cabida a nuevas aplicaciones que precisan trabajar en frecuencia dentro de la banda de los THz, como puede ser la

obtención de imágenes de diversos objetos para sistemas seguridad, o el análisis espectroscópico de ciertas moléculas, ha sido necesaria la concepción de nuevos elementos desfasadores basados en tecnologías donde dichos efectos no se produzcan.

Una de las soluciones ofrecidas al respecto consiste en el empleo de materiales no lineales, como pueden ser los cristales líquidos o los materiales ferroeléctricos, aprovechando la capacidad que tienen éstos de variar su permitividad en función de una determinada excitación. Este tipo de materiales carecen de los efectos parásitos propios de los dispositivos de conmutación anteriormente citados, y poseen la ventaja de que varían su permitividad en todo el espectro.

El empleo de materiales ferroeléctricos para la elaboración de elementos desfasadores reconfigurables para reflectarrays ha sido recientemente demostrada. En [43] y [44], una capa delgada de este tipo de material se emplea para sintetizar capacitores variables que pueden ser integrados en los elementos en las banda de 1 a 30 GHz, mientras que en [45], se emplea de forma directa la capacidad de conmutación de su permitividad eléctrica en banda Ka. En [45], queda patente la problemática del empleo de este tipo de materiales en la implementación de reflectarrays reconfigurables en frecuencias en el rango de los THz, como son sus altos valores de permitividad que impiden obtener respuestas en fase lineales, sus elevadas pérdidas, y los altos valores de tensión (350 V) necesarios para conmutar entre los diferentes estados de permitividad del material. Por ello, recientemente, se han publicado algunos trabajos en los que se aplica la propiedad de anisotropía dieléctrica de los cristales líquidos para la elaboración de elementos para antenas reflectarrays de haz reconfigurable o de barrido electrónico, ya que en esos rangos de frecuencias se mejoran las prestaciones respecto a los materiales ferroeléctricos.

1.3. Estado del arte de los reflectarrays reconfigurables basados en cristal líquido

La idea del uso de cristales líquidos en el diseño de elementos reconfigurables válidos para reflectarrays es similar a la de los materiales ferroeléctricos descritos anteriormente, esto es, el desfase se implementa mediante una variación de la permitividad asociada a los sustratos que forman los elementos. Esa variación, se consigue recurriendo a la propiedad que tienen los cristales líquidos de cambiar la orientación de sus moléculas en función de una excitación externa (campo eléctrico, campo magnético,

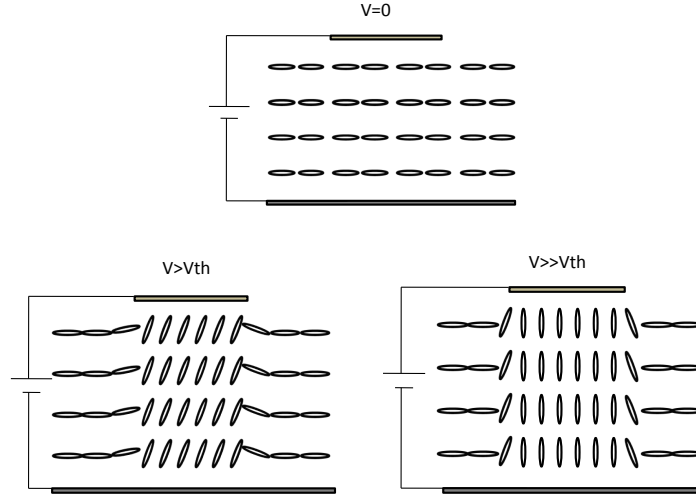


Figura 1.3: Estado molecular de un cristal líquido para diferentes tensiones de polarización

etc), variando así su permitividad. Como ejemplo, la figura 1.3 presenta la estructura formada por dos electrodos entre los que se deposita un cristal líquido con una orientación molecular paralela a los mismos, y a la que se le induce una diferencia de potencial electrostática. Para esa estructura, existe un valor umbral de tensión V_{th} a partir del cual las moléculas del material comienzan a reorientarse desde su estado inicial hacia la dirección del campo eléctrico, consiguiendo así la propiedad de sintonía en la constante dieléctrica (efecto Frederiks [46, 47]).

La aplicación de los cristales líquidos en las bandas de microondas es reciente. Las primeras publicaciones datan del año 1993, y proponen el empleo de la propiedad de anisotropía de los cristales líquidos para la elaboración de desfases reconfigurables en microstrip [48] o guía de onda rectangular [49] con el objetivo de elaborar antenas “phased-arrays”. En esos casos, el desfase se produce mediante el cambio de la longitud eléctrica del medio de transmisión de longitud física fija.

Tras éstos, se han implementado desfases basados en cristales líquidos para diferentes tecnologías, como son la “Fin-Line” [50] o la IMSL “Inverted Microstrip Line” [51], para las que se han medido las prestaciones en cuanto a rango de fase y pérdidas para diferentes tipos de cristal líquido en frecuencias entre 1 y 40 GHz, y para las que se han readaptado las estructuras que dan soporte al cristal líquido ya existentes en fotónica, que emplean espaciadores y capas delgadas de polímero frotado para orientar las moléculas.

Además de para la elaboración de desfasadores, también se ha propuesto el empleo de cristales líquidos para el diseño elementos radiantes. Como ejemplo, en [52], se implementa una antena planar ajustable en frecuencia a 5 GHz, donde la resonancia del parche cambia mediante la variación de la permitividad del cristal líquido.

Basados en estructuras como las implementadas en [51] o [52], se han propuesto diversas geometrías de elementos reconfigurables válidos para reflectarrays. En la figura 1.4 se muestran dos configuraciones distintas diseñadas en la Universidad de Darmstadt. La primera de ellas consiste en un elemento formado por una capa de cristal líquido situada entre un plano de masa y un sustrato (cuarzo, vidrio, etc) sobre el que se imprime un parche, formando una estructura en cavidad (figura 1.4 a). En este caso, la frecuencia de resonancia de la cavidad, y por tanto la fase del campo reflejado por el elemento, se modifica mediante la variación de la permitividad del cristal líquido. Esta estrategia, aunque es relativamente fácil de implementar, tiene la desventaja de que proporciona un rango de fase máximo de 360° , algo que conduce a una limitación en banda producida por el retardo de fase espacial de especial importancia en reflectarrays eléctricamente grandes.

La segunda configuración corresponde con un parche acoplado a una tira metálica situada bajo la capa de cristal líquido a través de una apertura (figura 1.4 b), de forma que la variación de la permitividad produzca un cambio en la longitud eléctrica de la línea de transmisión formada por la tira y el plano de la apertura ($\phi = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_{ref}}}{c_0} L_{lin}$), y por tanto, en la fase del campo reflejado por el elemento. En este caso, se obtiene la ventaja de disponer de un rango de fase teóricamente infinito proporcional a la longitud de la línea, dado por el retardo de propagación en la misma ($\Delta\phi = \frac{2\pi f}{c_0} L_{lin} \Delta(\sqrt{\epsilon_{ref}})$), lo que posibilita el TTD (“True Time Delay”) que compensa el retardo de fase espacial, mejorando así su limitación en banda [11, 12, 16]. No obstante, la desventaja de este elemento radica en que su construcción pasa a un grado de complejidad mayor, asociado a unas longitudes de línea que en algunos casos pueden ser inviables en cuanto a compactabilidad y a pérdidas.

En [53] se muestran, para los dos elementos anteriores, las medidas realizadas a 35 GHz en simulador en guía, presentándose para ambas un rango de fase entre 270° y 290° sintetizable a partir de la variación de la permitividad ($\epsilon_r = 2,6 \rightarrow 3,4$) en función de la tensión de polarización del cristal, y unas pérdidas que varían entre 5 y 15 dB. Teniendo en cuenta esos resultados, en [54] y [55] se describe el proceso seguido, y se muestran las medidas derivadas, de la implementación física de un reflectarray de 16×16 elementos para dos estrategias de polarización distintas de los cristales líquidos, una en la que se aplica

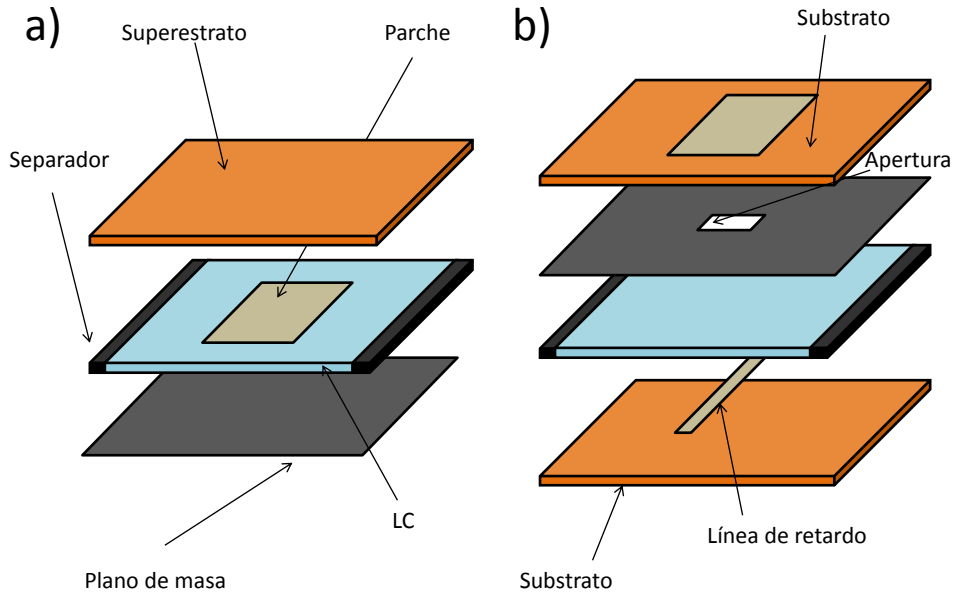


Figura 1.4: a) Elemento resonante para reflectarrays basado en cristal líquido. b) Elemento de línea de retardo para reflectarrays basado en cristal líquido

una tensión de polarización diferente a cada parche con tensión común en el plano de masa, y otra en la que los parches son conectados a una tensión común, y donde el plano de masa se hace discontinuo para polarizar cada sección de forma independiente, de forma que se consiga una mejora en cuanto a facilidad construcción.

Otras geometrías de elementos en las que se emplean apilaciones de parches también se han analizado para diferentes tipos de cristal líquido [56], así como para diferentes bandas (X [57] y banda W [58]), llegando también a formar parte de un prototipo [59, 60]. En [60], además, se propone una técnica de medición y evaluación diferente a la de simulador en guía, basada en las mediciones de los elementos en ambiente periódico en el espacio libre, que proporciona mayor precisión a frecuencias altas donde se hace muy complicado introducir y alinear los elementos en la sección de guía.

La conclusión tras los estudios anteriores deja patente la problemática en el empleo de los cristales líquidos como tecnología para la elaboración de elementos reconfigurables válidos para reflectarrays en las bandas de mayor interés actual para éstos (banda X, banda K, etc):

1. Las pérdidas por dispersión propias de los cristales líquidos son demasiado altas en dichas bandas, haciendo que en frecuencias cercanas a la de resonancia las pérdidas óhmicas sean muy elevadas.
2. Los tiempos de reorientación molecular en los cristales líquidos (conmutación entre estados) son muy altos debido a los elevados espesores necesarios para la implementación de las celdas a dichas frecuencias.
3. La configurabilidad de la fase mediante estados intermedios en el cristal, conseguida mediante la variación continua de la tensión de polarización, es inestable respecto a parámetros como la temperatura.
4. Debido a la poca variación de la constante dieléctrica, y al comportamiento resonante de la estructura, los rangos de fase y la banda que se consigue sintetizar, ambos relacionados de forma inversa en los elementos propuestos hasta el momento, son muy limitados, no llegándose a superar el 1 % para 300°.

El hecho de disponer de pérdidas altas en las bandas de interés, así como de espesores elevados que aumentan el tiempo de conmutación entre estados, ha inducido a plantearse la posibilidad de emplear los cristales líquidos como tecnología para el diseño de elementos reconfigurables a frecuencias superiores a los 100 GHz, donde sus características dimensionales proporcionan mejores tiempos de conmutación, y donde la variación de permitividad y las pérdidas mejoran debido a su optimización de cara a aplicaciones en el campo de la fotónica [61]. De esta forma, en [62] se muestra un análisis reciente de dos arrays periódicos diseñados para operar a 102 y 130 GHz, en el que se comparan las simulaciones electromagnéticas realizadas con las medidas derivadas de una técnica de medición cuasi-óptica, que mejora las limitaciones por atenuación en el espacio libre y por efectos multitrayecto inherentes a la propuesta en [60]. En este caso, se produce una gran concordancia entre las simulaciones y las medidas, dejándose entrever la consecución de mejores prestaciones a frecuencias cada vez más altas. Es por ello que, enmarcado en el rango de los THz, el concepto de reflectarray reconfigurable basado en cristal líquido resulta ser una línea de investigación factible de cara a los próximos años, en la que se dan cabida el diseño y la construcción de elementos válidos en un amplio rango de fase y banda, la mejora de los tiempos de conmutación y las pérdidas en los elementos, y la concepción de nuevas técnicas de medición.

1.4. Objetivos y organización del trabajo

El objetivo de este trabajo es el diseño de celdas de reflectarray reconfigurables basadas en cristal líquido que superen las limitaciones en las celdas descritas en el estado del arte, concernientes al rango de fase, ancho de banda, pérdidas, tiempos de conmutación e inestabilidades en la fase de los estados intermedios del cristal líquido. Para ello, en primer lugar se describirán de forma general diferentes estrategias numéricas de análisis y diseño de este tipo de estructuras, centrándonos en el estudio matemático de aquella que proporciona una mayor eficiencia computacional, basada en el método de los momentos en el dominio espectral (capítulo 2). Seguidamente, como paso previo al diseño de las diferentes celdas que se propondrán en el capítulo 4, el capítulo 3 se enfocará en el estudio físico del comportamiento de los cristales líquidos, analizando desde un punto de vista matemático, y mediante el uso de modelos moleculares sencillos, las propiedades de mayor interés en nuestro campo de aplicación con vistas a un mejor aprovechamiento de las mismas que persigan el objetivo planteado.

Capítulo 2

Técnicas para el análisis y diseño de antenas reflectarrays

2.1. Introducción

Existen diversas herramientas de análisis que permiten resolver de forma estricta el problema asociado a la radiación de un reflectarray. Cada una de ellas, resulta adecuada para obtener resultados precisos y computacionalmente eficientes en función del tipo de elemento radiante que se tome para la constitución de la antena.

Para el caso de reflectarrays planares, cuyos elementos corresponden con metalizaciones impresas sobre una superficie dieléctrica homogénea en una o varias capas (Figura 1.1), la utilización del método de los momentos (“MoM”) resulta adecuada, debido a que la resolución del problema implica sólo el conocimiento de las corrientes superficiales en los conductores, y por tanto, la discretización del problema en dos dimensiones (en la superficie de los mismos), en lugar de las tres requeridas por otros métodos, lo que deriva en una mayor eficiencia computacional. Este hecho, unido a la consideración de periodicidad local, permite analizar el problema de la radiación de un reflectarray teniendo en cuenta todos los efectos electromagnéticos de una forma eficiente.

Por ello, en este capítulo, tras definir el concepto de periodicidad local y su validez a la hora de permitir la caracterización completa del reflectarray mediante el análisis por separado de cada uno de los

elementos que lo forman, describiremos de forma matemática una estrategia cuasi-analítica basada en el MoM que nos va a permitir analizar uno de esos elementos constituyentes, teniendo en cuenta todos los efectos electromagnéticos implicados. Como complemento, también se presentarán de forma cualitativa diferentes métodos de análisis alternativos que, basadas también en la aproximación de periodicidad local, permiten abordar el análisis de elementos periódicos que resultan inviables para MoM, como pueden ser las estructuras que incorporan diversos dieléctricos en una misma capa. Finalmente, se introducirá el procedimiento de análisis completo de la antena reflectarray que hace uso de los datos derivados de las técnicas de análisis del elemento individual, prestando especial atención a la eficiencia en el cálculo del diagrama de radiación, y al beneficio que ésta implica a la hora de la síntesis de diagramas conformados.

2.2. Periodicidad local

Para analizar electromagnéticamente un reflectarray de forma rigurosa, resulta necesaria la consideración de los acoplos existentes entre todos los elementos que forman la antena, ya sea entre los elementos en una misma capa o entre elementos entre capas. Esta consideración, resulta imprescindible en reflectarrays compuestos por elementos resonantes (parches, dipolos, etc), puesto que la separación entre elementos puede ser menor de $\lambda/4$ con el fin de conseguir un correcto funcionamiento para un amplio rango de ángulos de incidencia, haciendo que los acoplos entre elementos no sean despreciables.

Para tener en consideración todos los efectos electromagnéticos, una posibilidad consistiría en el análisis de todo el volumen de la antena mediante métodos puramente numéricos, tales como elementos finitos, diferencias finitas en el dominio del tiempo, etc. Este procedimiento, si bien es muy preciso, resulta computacionalmente muy costoso, resultando inviable a la hora de realizar la síntesis de una antena de un número relativamente elevado de elementos, y quedando relegado exclusivamente al análisis para una evaluación post-diseño.

Dado que en los arrays planares en general, y en particular en los reflectarrays planares, la distribución de los elementos en cada capa suelen estar equiespaciados en las dos variables coordenadas que definen cada superficie de metalizaciones, una buena aproximación sería suponer que cada elemento de la antena se encuentra en un entorno infinito y periódico, rodeado de sí mismo, y excitado por una misma distribución de campo también periódica. Esta consideración es útil debido a que el hecho de disponer de periodicidad permite abordar el análisis de la estructura periódica exclusivamente en el volumen asociado a una celda,

tomando condiciones periódicas en sus fronteras que garantizan la unicidad de la solución (condiciones de Floquet). De esta forma, tanto si se emplea MoM en el análisis, como cualquier otro método, el tiempo de computación se reduce al del cálculo de un volumen reducido a un periodo. No obstante, como bien es sabido, para que la antena reflectarray radie en una determinada dirección, es necesaria una distribución de fases en los elementos distinta de la uniforme, algo que implica la pérdida estricta de la periodicidad al tener que disponer de elementos físicamente distintos. Sin embargo, si las variaciones dimensionales entre un determinado elemento y sus vecinos son pequeñas en el periodo, se puede admitir que los acoplos entre elementos no varían sustancialmente respecto a si éste estuviese rodeado de sí mismo bajo una misma excitación (excitación periódica, siempre que ésta cumpla ciertos requisitos de fase entre periodos), por lo que la periodicidad se cumpliría a nivel local, y la herramienta de análisis que la tenga en cuenta sería válida elemento a elemento. A este concepto se le denomina periodicidad local, y es útil a la hora de llegar a resultados más eficientes siempre que la estructura lo permita, ya que aunque haya que analizar todos los elementos, el análisis de cada uno de ellos ha de hacerse sólo sobre el volumen que encierra al mismo, lo que permite gran eficiencia computacional de cara a la síntesis.

2.3. Métodos numéricos para el análisis y diseño de celdas periódicas para reflectarrays

2.3.1. Método de los momentos (“MoM”) en el dominio espectral

Como se ha visto, la aproximación de periodicidad local permite analizar toda la antena reflectarray elemento a elemento, considerando que cada uno se encuentra en un ambiente periódico infinito consigo mismo. De esta forma, la caracterización electromagnética de uno de esos elementos correspondería con la de una superficie periódica definida en dos variables coordenadas, (x, y) , compuesta por metalizaciones en una interfaz entre dos medios, y excitada por un patrón de campo también periódico (Fig. 2.1).

2.3.1.1. Caracterización electromagnética de una superficie periódica mediante desarrollos en serie de Fourier. Armónicos TE, TM y TEM

Considerando la figura 2.1, debido a la periodicidad en las variables x e y , el campo incidente y reflejado para ambos medios, a y b , puede ser escrito como un desarrollo en serie de Fourier bidimensional en dichas

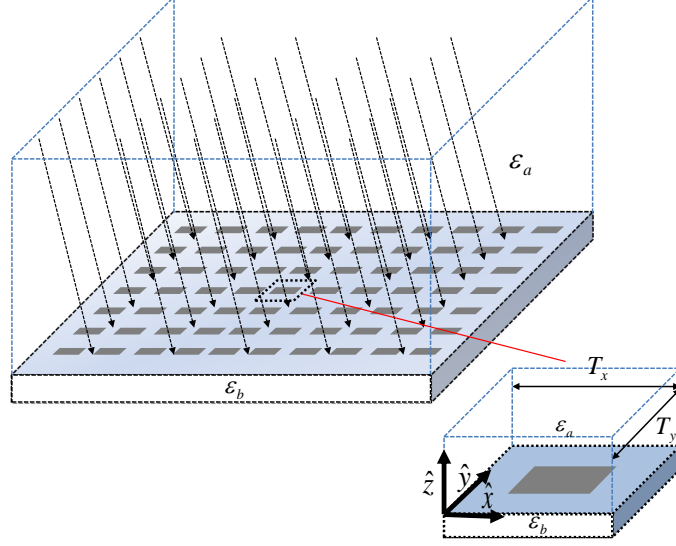


Figura 2.1: Superficie periódica con metalizaciones impresas excitada por una onda plana

variables:

$$\overrightarrow{E_{(a,b)}^{in}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overrightarrow{e_{mn}^{in(a,b)}}(z, f) e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.1)$$

$$\overrightarrow{E_{(a,b)}^{ref}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overrightarrow{e_{mn}^{ref(a,b)}}(z, f) e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.2)$$

donde

$$\overrightarrow{e_{mn}^{in(a,b)}}(z, f) = \frac{1}{T_x T_y} \int_{-T_x/2}^{T_x/2} \int_{-T_y/2}^{T_y/2} \overrightarrow{E_{(a,b)}^{in}}(x, y, z, f) e^{-jk_{xm}x} e^{-jk_{yn}y} dy dx \quad (2.3)$$

$$\overrightarrow{e_{mn}^{ref(a,b)}}(z, f) = \frac{1}{T_x T_y} \int_{-T_x/2}^{T_x/2} \int_{-T_y/2}^{T_y/2} \overrightarrow{E_{(a,b)}^{ref}}(x, y, z, f) e^{-jk_{xm}x} e^{-jk_{yn}y} dy dx \quad (2.4)$$

y

$$k_{xm} = \frac{2\pi m}{T_x} + \varsigma_x; \quad k_{yn} = \frac{2\pi n}{T_y} + \varsigma_y$$

siendo T_x y T_y los periodos en las variables coordenadas que definen la superficie, y ς_x , ς_y dos constantes complejas que permiten escribir cualquier distribución periódica de campo con un cierto desfase progresivo entre periodos.

Por otro lado, la ecuación de ondas se escribe como:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E} + \underbrace{\nabla(\nabla \vec{E})}_0 - k^2 \vec{E} = 0 \quad \text{con } k_{(a,b)}^2 = \left(\frac{2\pi f}{c_0} \right)^2 \varepsilon_{r(a,b)}$$

que, desarrollada, se expresa con las tres ecuaciones para las componentes E_x, E_y, E_z :

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\partial^2 E_x(x, y, z, f)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_x(x, y, z, f)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_x(x, y, z, f)}{\partial z^2} - k_{(a,b)}^2 E_x(x, y, z, f) \right) &= 0 \\ \left(-\frac{\partial^2 E_y(x, y, z, f)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_y(x, y, z, f)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y(x, y, z, f)}{\partial z^2} - k_{(a,b)}^2 E_y(x, y, z, f) \right) &= 0 \\ \left(-\frac{\partial^2 E_z(x, y, z, f)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_z(x, y, z, f)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_z(x, y, z, f)}{\partial z^2} - k_{(a,b)}^2 E_z(x, y, z, f) \right) &= 0 \end{aligned}$$

Si $\overrightarrow{E_{(a,b)}}(x, y, z, f) = \overrightarrow{E_{(a,b)}^{in}}(x, y, z, f) + \overrightarrow{E_{(a,b)}^{ref}}(x, y, z, f)$, y cada componente de $\overrightarrow{E_{(a,b)}}(x, y, z, f)$ puede escribirse como un desarrollo en serie de Fourier bidimensional en x e y de la forma (ecuaciones 2.1, 2.2):

$$\begin{aligned} E_{x(a,b)}(x, y, z, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \\ E_{y(a,b)}(x, y, z, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \\ E_{z(a,b)}(x, y, z, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{zmn}^{(a,b)}(z, f) e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \end{aligned}$$

sustituyendo en las ecuaciones, obtenemos:

$$\begin{aligned} \left(e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - e_{xmn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) &= 0 \\ \left(e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - e_{ymn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) &= 0 \\ \left(e_{zmn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + e_{zmn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - e_{zmn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 e_{zmn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) &= 0 \end{aligned}$$

siendo $f(x, y) = e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y}$.

De igual forma, para la ecuación de onda del campo magnético $\nabla \times \nabla \times \vec{H} - k^2 \vec{H} = 0$, obtendríamos:

$$\left(h_{xmn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + h_{xmn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - h_{xmn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 h_{xmn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) = 0$$

$$\left(h_{ymn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + h_{ymn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - h_{ymn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 h_{ymn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) = 0$$

$$\left(h_{zmn}^{(a,b)}(z, f) k_{xn}^2 + h_{zmn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}^2 - h_{zmn}^{(a,b)''}(z, f) - k_{(a,b)}^2 h_{zmn}^{(a,b)}(z, f) \right) f(x, y) = 0$$

Las ecuaciones anteriores, permiten deducir la solución general para el campo electromagnético. Para ello, se caracterizan las familias de soluciones TE, TM y TEM, cuya superposición proporciona la solución general.

- Modos TE ($E_{z(a,b)}(x, y, z, f) = 0$)

Para este caso, la ecuación asociada a $e_{xmn}^{(a,b)}(z, f)$ se puede escribir como:

$$e_{xmn}^{(a,b)''}(z, f) - e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) \underbrace{(k_{xm}^2 + k_{yn}^2 - k_{(a,b)}^2)}_{-(k_{zmn}^{(a,b)})^2} = 0$$

cuya solución general es:

$$e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) = a_{mn}^{(a,b)} e^{-jk_{zmn}^{(a,b)} z} + b_{mn}^{(a,b)} e^{jk_{zmn}^{(a,b)} z}$$

Dado que $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, se cumple que

$$\frac{\partial E_{x(a,b)}(x, y, z, f)}{\partial x} = -\frac{\partial E_{y(a,b)}(x, y, z, f)}{\partial y}$$

por lo que teniendo en cuenta las expresiones de los desarrollos en serie de Fourier, se llegaría a que $e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) k_{xm} = -e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) k_{yn}$, y por ende, a que la componente “y” valdría:

$$e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) = (-a_{mn}^{(a,b)} e^{-jk_{zmn}^{(a,b)} z} - b_{mn}^{(a,b)} e^{jk_{zmn}^{(a,b)} z}) \frac{k_{xm}}{k_{yn}}$$

Por tanto, la expresión general del campo electromagnético para este tipo de modos sería:

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{in(TE)}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn}^{(a,b)} (-k_{yn} \hat{x} + k_{xm} \hat{y}) e^{jk_{zmn}^{(a,b)} z} e^{jk_{xm} x} e^{jk_{yn} y} \quad (2.5)$$

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{ref(TE)}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{mn}^{(a,b)} (-k_{yn}\hat{x} + k_{xm}\hat{y}) e^{-jk_{zmn}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.6)$$

$$\overrightarrow{H_{(a,b)}}(x, y, z, f) = - \frac{\nabla \times \left(\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{in(TE)}}(x, y, z, f) + \overrightarrow{E_{t(a,b)}^{ref(TE)}}(x, y, z, f) \right)}{j2\pi f\mu} \quad (2.7)$$

Como puede comprobarse, los coeficientes $a_{mn}^{(a,b)}$, $b_{mn}^{(a,b)}$ de los armónicos forman parte de los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de los campos (Ecs. 2.1, 2.3, 2.2, 2.4), que estarían formados por un producto de dichos coeficientes, la variación con z del campo y la componente vectorial del mismo.

- Modos TM ($H_{z(a,b)}(x, y, z, f) = 0$)

Realizando un procedimiento similar al anterior a través de las ecuaciones asociadas al campo magnético, se deducen fácilmente las siguientes expresiones del campo electromagnético para este tipo de soluciones:

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{in(TM)}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{mn}^{(a,b)} (k_{xm}\hat{x} + k_{yn}\hat{y}) e^{jk_{zmn}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.8)$$

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{ref(TM)}}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{mn}^{(a,b)} (k_{xm}\hat{x} + k_{yn}\hat{y}) e^{-jk_{zmn}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.9)$$

$$E_z^{in(TM)}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j \frac{c_{mn}^{(a,b)}}{k_{zmn}^{(a,b)}} (k_{xm}^2 + k_{yn}^2) e^{jk_{zmn}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.10)$$

$$E_z^{ref(TM)}(x, y, z, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j \frac{d_{mn}^{(a,b)}}{k_{zmn}^{(a,b)}} (k_{xm}^2 + k_{yn}^2) e^{-jk_{zmn}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}x} e^{jk_{yn}y} \quad (2.11)$$

$$\overrightarrow{H_{t(a,b)}}(x, y, z, f) = - \frac{\nabla \times \left(\overrightarrow{E_{(a,b)}^{in(TM)}}(x, y, z, f) + \overrightarrow{E_{(a,b)}^{ref(TM)}}(x, y, z, f) \right)}{j2\pi f\mu} \quad (2.12)$$

- Modos TEM ($E_{z(a,b)}(x, y, z, f) = 0$, $H_{z(a,b)}(x, y, z, f) = 0$)

Es claro que los modos TEM deben cumplir que:

$$k_{xm}^2 + k_{yn}^2 = 0$$

Como $k_{xm} = \frac{2\pi m}{T_x} + \varsigma_x$; $k_{yn} = \frac{2\pi n}{T_y} + \varsigma_y$, el número de modos TEM existentes será igual al número de parejas (m,n) que cumplan la ecuación anterior para un valor concreto de ς_x y ς_y . Para el caso de evaluar

excitaciones con una onda plana homogénea, las constantes ς_x y ς_y son reales, por lo que sólo existirá un modo TEM cuando $k_{xm} = k_{yn} = 0$, o lo que es lo mismo, en incidencia normal ($\varsigma_x = \varsigma_y = 0$) para $m = n = 0$. En ese caso, las ecuaciones asociadas al campo eléctrico quedan como:

$$e_{xmn}^{(a,b)''}(z, f) - e_{xmn}^{(a,b)}(z, f) \underbrace{(-k_{(a,b)}^2)}_{-k_{zmn}^{2(a,b)}} = 0$$

$$e_{ymn}^{(a,b)''}(z, f) - e_{ymn}^{(a,b)}(z, f) \underbrace{(-k_{(a,b)}^2)}_{-k_{zmn}^{2(a,b)}} = 0$$

$$e_{zmn}^{(a,b)}(z, f) = 0$$

La solución de las mismas proporciona la expresión del campo electromagnético para este tipo de modos:

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{in(TEM)}}(x, y, z, f) = a^{(a,b)}(u\hat{x} + v\hat{y})e^{jk_{(a,b)}z} \quad (2.13)$$

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{ref(TEM)}}(x, y, z, f) = b^{(a,b)}(u\hat{x} + v\hat{y})e^{-jk_{(a,b)}z} \quad (2.14)$$

$$\overrightarrow{H_{t(a,b)}}(x, y, z, f) = -\frac{\nabla \times \left(\overrightarrow{E_{(a,b)}^{in(TEM)}}(x, y, z, f) + \overrightarrow{E_{(a,b)}^{ref(TEM)}}(x, y, z, f) \right)}{j2\pi f\mu} \quad (2.15)$$

siendo $k_{(a,b)}^2 = \left(\frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_{r(a,b)}}}{c_0} \right)^2$ y $(u, v) \in \mathbb{C}$, lo que constituye la expresión de una onda plana homogénea con polarización arbitraria propagándose en dirección normal a los planos $z=\text{cte}$.

Finalmente, mediante la combinación de las soluciones TE, TM y TEM, obtenemos la solución general del problema.

2.3.1.2. Excitación mediante ondas planas homogéneas

La elección adecuada de las constantes ς_x y ς_y permite representar algunos tipos de excitaciones de interés práctico. Como ejemplo, supongamos el caso $\varsigma_x = \varsigma_y = 0$; como se ha visto, la solución para este problema corresponde a la combinación de los modos TE, TM y TEM; este último (en este caso existe), representa una onda plana con polarización arbitraria propagándose en dirección normal a los planos $z=\text{cte}$, por lo que una excitación consistente en la incidencia de una onda plana de esas características en una superficie periódica $z=\text{cte}$ puede ser representada por un sólo término del desarrollo en serie de

Fourier (por un sólo modo o armónico), en lugar de por una combinación lineal en principio infinita.

Si en lugar de incidencia normal, queremos representar una excitación correspondiente a una onda plana homogénea incidiendo en una estructura periódica $z=\text{cte}$ de forma oblicua, es necesario que las constantes ς_x y ς_y tomen ciertos valores que den cuenta de la distribución progresiva de fase que marca la onda plana en el espacio, tal y como se verá a continuación.

Dado que una onda plana homogénea propagándose en una dirección \hat{n} en un medio con constante de propagación k , puede ser representada como:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{jk \vec{r} \cdot \hat{n}} = \vec{E}_0 e^{jk(x\hat{x}+y\hat{y}+z\hat{z})(n_x\hat{x}+n_y\hat{y}+n_z\hat{z})}$$

donde $\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = 1$ y $\hat{n} \cdot \vec{E}_0 = 0$, para $\varsigma_x, \varsigma_y \neq 0$, la combinación de los modos TE y TM (no hay TEM en este caso) asociados a $m = n = 0$ proporciona la expresión (propagación en $-z$):

$$\vec{E} = \vec{E}_{TE} + \vec{E}_{TM} = \left(a_{00} (-k_{y0}\hat{x} + k_{x0}\hat{y}) + c_{00} \left(k_{x0}\hat{x} + k_{y0}\hat{y} + j \frac{(k_{xm}^2 + k_{yn}^2)}{k_{zmn}} \hat{z} \right) \right) e^{jk_{z00}z} e^{jk_{x0}x} e^{jk_{y0}y}$$

Si hacemos:

$$n_x = \sin(\theta)\cos(\varphi)$$

$$n_y = \sin(\theta)\sin(\varphi)$$

$$n_z = \frac{k_{z00}}{k} = \cos(\theta)$$

$$k_{x0} = k\sin(\theta)\cos(\varphi)$$

$$k_{y0} = k\sin(\theta)\sin(\varphi)$$

donde θ, φ representan las usuales coordenadas angulares esféricas, resulta sencillo comprobar que la expresión anterior corresponde con una onda plana homogénea propagándose en la dirección caracterizada por $(\theta, \varphi) \equiv (n_x, n_y, n_z)$:

$$\vec{E}_t = \left(a_{00} (-\sin(\varphi)\hat{x} + \cos(\varphi)\hat{y}) + c_{00} \left(\cos(\varphi)\hat{x} + \sin(\varphi)\hat{y} + jk \frac{\sin^2(\theta)}{\cos(\theta)} \hat{z} \right) \right) e^{jk(\sin(\theta)\cos(\varphi)x + \sin(\theta)\sin(\varphi)y + \cos(\theta)z)}$$

En ese caso, las constantes ς_x y ς_y tomarían, para cada ángulo de incidencia, los valores:

$$\varsigma_x = k_{x0} = k \sin(\theta) \cos(\varphi)$$

$$\varsigma_y = k_{y0} = k \sin(\theta) \sin(\varphi)$$

Hay que mencionar, que si ς_x y ς_y tomaran valores complejos, se podrían también caracterizar describir excitaciones correspondientes a ondas planas no homogéneas.

2.3.1.3. Método de los momentos en el dominio espectral para el análisis de superficies periódicas

Una vez obtenemos las expresiones generales de los campos incidente y reflejado en la estructura periódica para las diferentes familias de modos, aplicamos el método de los momentos para resolver el problema. Para ello, en primer lugar compactamos las expresiones anteriores de tal forma que a cada pareja (m,n), y para cada tipo de modo, se le haga coincidir con un valor de p, $p_{TE,TM,TEM} \rightarrow (m,n)$. Por comodidad, descomponemos el modo TEM en sus dos polarizaciones de tal manera que obtengamos por separado las soluciones para incidencia normal con polarización lineal según “x” e “y”. Si asumimos M modos TE y N modos TM en el caso de incidencia oblicua, o M-1 modos TE, N-1 modos TM y las 2 polarizaciones del modo TEM en incidencia normal, normalizando las expresiones, la escritura compacta de los campos incidente y reflejado transversales en ambas regiones sería:

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{in}}(x, y, z, f) = \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a,b)} \overrightarrow{e_{tp}^{(a,b)}} e^{jk_{zp}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}^{(a,b)}x} e^{jk_{yn}^{(a,b)}y} \quad (2.16)$$

$$\overrightarrow{E_{t(a,b)}^{ref}}(x, y, z, f) = \sum_{p=1}^{M+N} b_p^{(a,b)} \overrightarrow{e_{tp}^{(a,b)}} e^{-jk_{zp}^{(a,b)}z} e^{jk_{xm}^{(a,b)}x} e^{jk_{yn}^{(a,b)}y} \quad (2.17)$$

donde:

$$\overrightarrow{e_{tp}^{(a,b)}} = \begin{cases} \begin{cases} \underbrace{1}_u \hat{x} & TEM(p=1 \rightarrow (0,0)) \theta=0 \\ \underbrace{1}_v \hat{y} & TEM(p=M+1 \rightarrow (0,0)) \theta=0 \end{cases} \\ \frac{(-k_{yn}^{(a,b)} \hat{x} + k_{xm}^{(a,b)} \hat{y})}{\sqrt{(k_{xm}^{(a,b)})^2 + (k_{yn}^{(a,b)})^2}}; \begin{cases} TE(p=2 \dots M) \theta=0 \\ TE(p=1 \dots M) \theta \neq 0 \end{cases} \\ \frac{(k_{xm}^{(a,b)} \hat{x} + k_{yn}^{(a,b)} \hat{y})}{\sqrt{(k_{xm}^{(a,b)})^2 + (k_{yn}^{(a,b)})^2}}; \begin{cases} TM(p=M+2 \dots M+N) \theta=0 \\ TM(p=M+1 \dots M+N) \theta \neq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2.18)$$

con

$$k_{xm}^{(a,b)} = \frac{2\pi m}{T_x} + \varsigma_x^{(a,b)} = \frac{2\pi m}{T_x} + k^{(a,b)} \sin(\theta) \cos(\varphi); \quad TE, TM, TEM \quad (2.19)$$

$$k_{yn}^{(a,b)} = \frac{2\pi n}{T_y} + \varsigma_y^{(a,b)} = \frac{2\pi n}{T_y} + k^{(a,b)} \sin(\theta) \sin(\varphi); \quad TE, TM, TEM \quad (2.20)$$

y donde

$$k_{zp}^{(a,b)} = \begin{cases} k^{(a,b)}; \quad p=1, M+1 \rightarrow (0,0) \quad TEM \quad (\theta=0) \\ \sqrt{(k^{(a,b)})^2 - (k_{xm}^{(a,b)})^2 - (k_{yn}^{(a,b)})^2}; \quad TE \begin{cases} p=2 \dots M \rightarrow (m,n) \quad (\theta=0) \\ p=1 \dots M \rightarrow (m,n) \quad (\theta \neq 0) \end{cases} \\ \sqrt{(k^{(a,b)})^2 - (k_{xm}^{(a,b)})^2 - (k_{yn}^{(a,b)})^2}; \quad TM \begin{cases} p=M+2 \dots M+N \rightarrow (m,n) \quad (\theta=0) \\ p=M+1 \dots M+N \rightarrow (m,n) \quad (\theta \neq 0) \end{cases} \end{cases} \quad (2.21)$$

siendo

$$k^{(a,b)} = \left(\frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r(a,b)}}{c_0} \right) \quad (2.22)$$

Llegados a este punto, resulta útil descomponer el campo reflejado como suma de dos distribuciones de campo, uno producido bajo la ausencia de metalizaciones, y otro producido cuando éstas están presentes (Fig. 2.2).

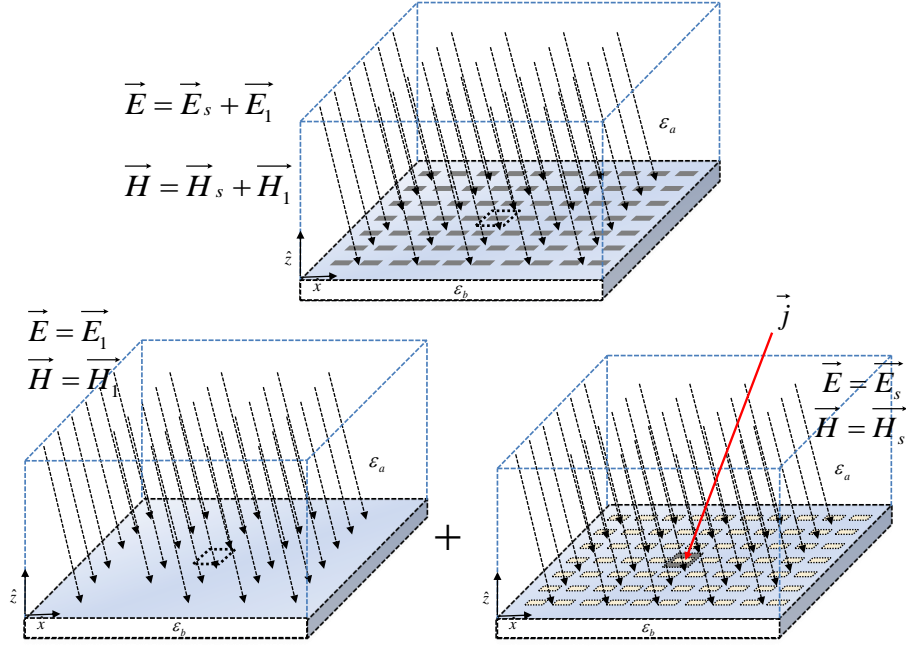


Figura 2.2: Descomposición del problema original en dos problemas equivalentes

Para el medio a, teniendo en cuenta la descomposición anterior, tendríamos que el campo impreso transversal $\overrightarrow{E_{t(a)}^{imp}}$ en la superficie $z=0$ podría escribirse como la superposición del campo incidente transversal, $\overrightarrow{E_{t(a)}^{in}}(x, y, 0, f)$, y del campo reflejado transversal en la interfaz de los medios a y b sin presencia de metalizaciones, $\overrightarrow{E_{t(ab)}^{ref}}(x, y, f)$:

$$\overrightarrow{E_{t(a)}^{imp}}(x, y, f) = \overrightarrow{E_{t(a)}^{in}}(x, y, 0, f) + \overrightarrow{E_{t(ab)}^{ref}}(x, y, f)$$

siendo

$$\begin{aligned} \overrightarrow{E_{t(a)}^{in}}(x, y, 0, f) &= \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}} e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} \\ \overrightarrow{E_{t(ab)}^{ref}}(x, y, f) &= \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} \Gamma_p \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}} e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} \end{aligned}$$

donde Γ_p es el coeficiente de reflexión propio (no hay acoplos entre modos) de cada uno de los modos

asociado al problema de la incidencia de una onda plana sobre una interfaz dieléctrica:

$$\Gamma_p = \begin{cases} \frac{\sqrt{\varepsilon_{rb}} - \sqrt{\varepsilon_{ra}}}{\sqrt{\varepsilon_{rb}} + \sqrt{\varepsilon_{ra}}} = \frac{\eta_b - \eta_a}{\eta_b + \eta_a}; & TEM \ p = 1, M+1 \ (\theta = 0) \\ \frac{k_{zp}^{(a)} - k_{zp}^{(b)}}{k_{zp}^{(a)} + k_{zp}^{(b)}}; & TE \ \begin{cases} p = 2 \dots M \ (\theta = 0) \\ p = 1 \dots M \ (\theta \neq 0) \end{cases} \\ \frac{\varepsilon_{ra} k_{zp}^{(b)} - \varepsilon_{rb} k_{zp}^{(a)}}{\varepsilon_{ra} k_{zp}^{(b)} + \varepsilon_{rb} k_{zp}^{(a)}}; & TM \ \begin{cases} p = M+2 \dots M+N \ (\theta = 0) \\ p = M+1 \dots M+N \ (\theta \neq 0) \end{cases} \end{cases}$$

Por otro lado, el potencial magnético en el medio a y en la superficie $z=0$, producido por unas fuentes bidimensionales $\vec{j}_s(x, y)$ monocromáticas de frecuencia "f", puede expresarse como la convolución de la función de Green diádica de vacío y las fuentes:

$$\overrightarrow{A^{(a)}}(x, y, f) = \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') * \vec{j}_s(x, y) = \frac{e^{-jk^{(a)}r}}{4\pi r} I_{d2} * \vec{j}_s(x, y) = \frac{e^{-jk^{(a)}\sqrt{x^2+y^2}}}{4\pi\sqrt{x^2+y^2}} I_{d2} * \vec{j}_s(x, y)$$

siendo $I_{d2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. El campo eléctrico dispersado, valdría por tanto:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{E_{s(a)}}(x, y, f) = & \frac{1}{j2\pi f \varepsilon_a} \left(\frac{\partial^2 A_x^{(a)}(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y^{(a)}(x, y)}{\partial x \partial y} + \left(k_0^{(a)}\right)^2 A_x^{(a)}(x, y) \right) \hat{x} + \\ & + \frac{1}{j2\pi f \varepsilon_a} \left(\frac{\partial^2 A_y^{(a)}(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x^{(a)}(x, y)}{\partial x \partial y} + \left(k_0^{(a)}\right)^2 A_y^{(a)}(x, y) \right) \hat{y} \end{aligned}$$

donde $k_0^{(a)} = \frac{k^{(a)}}{\sqrt{\varepsilon_{ra}}}$.

Imponiendo las condiciones de contorno del campo eléctrico transversal en los conductores, llegamos a la ecuación:

$$\overrightarrow{E_{s(a)}}(x, y, f) + \overrightarrow{E_{t(a)}^{imp}}(x, y, f) = Z_s \vec{j}_s(x, y, f) \quad (2.23)$$

siendo Z_s la impedancia superficial de los conductores, de valor nulo si éstos carecen de pérdidas. La ecuación anterior es la que debe resolverse por el método de los momentos.

Haciendo la transformada de Fourier a las expresiones anteriores, obtenemos que en el dominio espectral:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{A^{(a)}}(k_x, k_y) &= F \left\{ \overrightarrow{A^{(a)}}(x, y) \right\} = \frac{-j}{2 \left(\left(k_0^{(a)} \right)^2 - k_x^2 - k_y^2 \right)} I_{d2} \overrightarrow{j_s}(k_x, k_y) \\ \overrightarrow{E_{s(a)}}(k_x, k_y, f) &= \frac{1}{j2\pi f \varepsilon_a} \begin{pmatrix} k_x^2 + \left(k_0^{(a)} \right)^2 & k_x k_y \\ k_x k_y & k_y^2 + \left(k_0^{(a)} \right)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x^{(a)}(k_x, k_y) \\ A_y^{(a)}(k_x, k_y) \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{E_{t(a)}^{imp}}(k_x, k_y, f) &= \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}}\end{aligned}$$

Por tanto, la ecuación 2.23 nos llevaría a:

$$\begin{aligned}& \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}} + \\ & - \frac{1}{j2\pi f \varepsilon_a} \underbrace{\frac{j I_{d2}}{2 \left(\left(k_0^{(a)} \right)^2 - k_x^2 - k_y^2 \right)} \begin{pmatrix} k_x^2 + \left(k_0^{(a)} \right)^2 & k_x k_y \\ k_x k_y & k_y^2 + \left(k_0^{(a)} \right)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x(k_x, k_y) \\ j_y(k_x, k_y) \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{G_t}(k_x, k_y)} = Z_s \begin{pmatrix} j_x(k_x, k_y) \\ j_y(k_x, k_y) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Al igual que los campos, debido a la periodicidad, las corrientes también pueden ser descritas como un desarrollo en serie de Fourier bidimensional con constantes de periodicidad $(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)})$, por lo que particularizando en las constantes (k_x, k_y) y realizando la transformada inversa, tendríamos que:

$$\begin{aligned}& \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}} e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} - \sum_{p=1}^{M+N} \overrightarrow{G_t}(k_x = k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) \begin{pmatrix} j_x(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} \\ j_y(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} \end{pmatrix} = (2.24) \\ & = \sum_{p=1}^{M+N} Z_s \begin{pmatrix} j_x(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} \\ j_y(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

En la ecuación anterior, las incógnitas son las componentes de la corriente; para obtenerlas, se escriben

las mismas como una combinación lineal de funciones base que permitan representarlas fielmente:

$$\vec{j}_s(x, y) = \sum_{r=1}^{\infty} c_r \vec{f}_r(x, y) \Rightarrow \vec{j}_s(k_x, k_y) = \sum_{r=1}^{\infty} c_r \vec{f}_r(k_x, k_y)$$

Dichas funciones dependen de la geometría de la metalización; así, para elementos canónicos (metalizaciones rectangulares, circulares, etc) es factible obtener unas funciones base que permitan representar la corriente en todo el dominio (funciones de dominio completo), sin embargo, cuando el dominio no es canónico, es necesario discretizar el mismo y representar la corriente en cada subdominio como una combinación de funciones base que garanticen continuidad en las componentes normales a las fronteras de separación de dominios, tales como las funciones “root-top” [8, 63].

Introduciendo el valor de las corrientes (para un número finito N_f de funciones base) en la ecuación 2.24, se llega a:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \overrightarrow{e}_{tp}^{(a)} e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} - \sum_{p=1}^{M+N} \sum_{r=1}^{N_f} c_r \overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) \vec{f}_r(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} = \\ = \sum_{p=1}^{M+N} \sum_{r=1}^{N_f} Z_s c_r \vec{f}_r(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} \end{aligned}$$

Multiplicando la ecuación anterior por unas funciones test iguales a las funciones base $\left(\frac{\vec{f}_h^*(x, y)}{T_x T_y} \right)$ e integrando en la superficie del parche (método de Galerkin), se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \iint_{S_{parche}} \overrightarrow{e}_{tp}^{(a)} \frac{\vec{f}_h^*(x, y)}{T_x T_y} e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} dx dy = \\ \sum_{p=1}^{M+N} \sum_{r=1}^{N_f} c_r \underbrace{\iint_{S_{parche}} \frac{\vec{f}_h^*(x, y)}{T_x T_y} e^{jk_{xm}^{(a)}x} e^{jk_{yn}^{(a)}y} dx dy}_{\vec{f}_h^*(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)})} (\overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) + Z_s) \vec{f}_r(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) = \\ = \sum_{p=1}^{M+N} \sum_{r=1}^{N_f} c_r \vec{f}_h^*(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) (\overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) + Z_s) \vec{f}_r(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la ortogonalidad de las funciones base, obtenemos un sistema de ecuaciones de donde

las incógnitas $[C] = [c_1, c_2 \dots c_r]$ pueden ser determinadas como:

$$[C] = [U]^{-1}[T] \quad (2.25)$$

siendo

$$u_{rh} = \sum_{p=1}^{M+N} \overrightarrow{f_h^*}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) (\overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) + Z_s) \overrightarrow{f_r}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}); \quad (N_f \times N_f)$$

$$t_h = \sum_{p=1}^{M+N} a_p^{(a)} (1 + \Gamma_p) \iint_{S_{parche}} \frac{\overrightarrow{f_h^*}(x, y)}{T_x T_y} e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y} dx dy; \quad (N_f \times 1)$$

y donde

$$[T] = [V] (I_d + [R]) [A^{(a)}] \quad (2.26)$$

con

$$v_{hp} = \overrightarrow{f_h^*}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}); \quad (N_f \times M + N)$$

$$[R] = \text{diag}(\Gamma_p); \quad (M + N \times M + N)$$

$$[A^{(a)}] = \left(a_1^{(a)}, a_2^{(a)} \dots a_{M+n+2}^{(a)} \right)$$

Por otra parte, el campo dispersado $\overrightarrow{E_{s(a)}}(x, y)$ también puede ser escrito como un desarrollo en serie de Fourier bidimensional en $z=0$ de la forma:

$$\overrightarrow{E_{s(a)}}(x, y, f) = \sum_{p=1}^{M+N} d_p \overrightarrow{e_{tp}^{(a)}} e^{jk_{xm}^{(a)} x} e^{jk_{yn}^{(a)} y}$$

Identificando en la expresión del campo dispersado, llegamos a que

$$d_p = -\overrightarrow{e_{tp}^{(a)}}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) (\overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) + Z_s) \sum_{r=1}^{N_f} c_r \overrightarrow{f_r}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)})$$

de lo que se obtiene la relación:

$$[D] = [W][C] \quad (2.27)$$

$$w_{pr} = -\overrightarrow{e_{tp}^{(a)}}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) (\overline{\overline{G}}_t(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) + Z_s) \overrightarrow{f_r}(k_{xm}^{(a)}, k_{yn}^{(a)}) \quad (M + N \times N_f)$$

De las relaciones 2.25, 2.26, 2.27 se llega a que:

$$[D] = \underbrace{[W][U]^{-1}[V]}_{[S_0]} (I_d + [R]) [A^{(a)}] \quad (2.28)$$

2.3.1.4. Matriz S de una superficie periódica

Para definir la estructura periódica de una forma compacta, recurrimos a la matriz de dispersión generalizada, GSM, que relaciona las amplitudes de los armónicos que representan los campos incidente y reflejado. De esta forma, el comportamiento electromagnético de una superficie periódica ($z=0$) entre dos medios (a y b) se podría representar por:

$$\begin{bmatrix} B^{(a)} \\ B^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(a)} \\ A^{(b)} \end{bmatrix}$$

Dado que la ecuación 2.28 relaciona las amplitudes del campo incidente y dispersado, para obtener una relación entre el campo incidente y reflejado, habrá que tener en cuenta que:

$$\overrightarrow{E_{(a)}^{ref}}(x, y, 0, f) = \overrightarrow{E_{s(a)}}(x, y, f) + \overrightarrow{E_{t(ab)}^{ref}}(x, y, f)$$

lo que implica que

$$[B] = ([D] + [R])[A]$$

Por tanto,

$$[S_{11}] = [S_0] (I_d + [R]) + [R]$$

Por otra parte, las condiciones de contorno del campo eléctrico transversal en la celda periódica hacen que:

$$[S_{21}] = [S_{11}] + I_d = ([S_0] + I_d)(I_d + [R])$$

Teniendo en cuenta además que la función de Green en el dominio espectral es invariante, y que la matriz $[R]$ es antisimétrica, se llega a que:

$$[S_{22}] = [S_0] (I_d - [R]) - [R]$$

$$[S_{12}] = ([S_0] + I_d)(I_d - [R])$$

2.3.1.5. Matriz S de una estructura periódica multicapa

La definición anterior de matriz S resulta adecuada para el análisis de estructuras multicapa (Fig. 2.3), ya que permite descomponer la estructura en bloques compuestos por un plano de metalización entre dos dieléctricos, que pueden ser caracterizados de forma individual de una manera compacta y eficiente, y con los que posteriormente se puede obtener la respuesta completa del sistema a través de operaciones computacionalmente sencillas. Esta descomposición modular resulta útil en el diseño y la optimización del elemento, ya que una variación dimensional en el mismo implicaría exclusivamente la re-simulación del bloque donde esa variable intervenga.

Por ello, el siguiente paso en la estrategia de análisis sería la caracterización mediante la definición de matriz S de una estructura periódica compuesta por la apilación de dos superficies periódicas $z=\text{cte}$ a través de un medio común de espesor “ d ”.

Si la matriz S de una estructura periódica en la interfaz entre los medios a y c, $[S^{(A)}]$, es

$$\begin{bmatrix} B^{(a)} \\ B^{(c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(A)} & S_{12}^{(A)} \\ S_{21}^{(A)} & S_{22}^{(A)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(a)} \\ A^{(c)} \end{bmatrix}$$

y la matriz S de una estructura periódica en la interfaz entre los medios c y b, $[S^{(B)}]$, es

$$\begin{bmatrix} B'^{(c)} \\ B^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(B)} & S_{12}^{(B)} \\ S_{21}^{(B)} & S_{22}^{(B)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'^{(c)} \\ A^{(b)} \end{bmatrix}$$

resulta factible llegar a una relación, dada de nuevo por la matriz S, entre las amplitudes de los campos incidente y reflejado de los medios a y b para un espesor “ d ” del medio separador, c. Para ello, hay que tener presente que (según las expresiones 2.16, 2.17):

$$B^{(c)} = \Upsilon A'^{(c)}$$

$$A^{(c)} = \Upsilon B'^{(c)}$$

siendo

$$[\Upsilon] = \text{diag}(e^{-jk_{zt}^{(c)}d})$$

De esta manera, la nueva matriz S, $[S^{(C)}]$, tomaría la forma:

$$\begin{bmatrix} B^{(a)} \\ B^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^C & S_{12}^C \\ S_{21}^C & S_{22}^C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(a)} \\ A^{(b)} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$[S_{11}^{(C)}] = [S_{11}^{(A)}] + [S_{12}^{(A)}][\Upsilon][H][S_{11}^{(B)}][\Upsilon][S_{21}^{(A)}]$$

$$[S_{12}^{(C)}] = [S_{12}^{(A)}][\Upsilon][H][S_{12}^{(B)}]$$

$$[S_{21}^{(C)}] = [S_{21}^{(B)}][\Upsilon](I_d + [S_{22}^{(A)}][\Upsilon][H][S_{11}^{(B)}][\Upsilon])[S_{21}^{(A)}]$$

$$[S_{22}^{(C)}] = [S_{22}^{(B)}] + [S_{21}^{(B)}][\Upsilon][S_{22}^{(A)}][\Upsilon][H][S_{12}^{(B)}]$$

$$[H] = (I_d - [S_{11}^{(B)}]\Upsilon[S_{22}^{(A)}]\Upsilon)^{-1}$$

Mediante la cascada de todas las matrices S implicadas en la estructura multicapa, resulta factible la caracterización electromagnética completa de la misma (Fig. 2.3).

2.3.1.6. Convergencia de la matriz S

El estudio de la convergencia de cualquier problema numérico es necesario para garantizar la validez de los resultados obtenidos.

Para el caso que nos ocupa, el problema numérico surge a raíz del truncamiento de las series de Fourier asociadas a los campos incidente y reflejado (número de armónicos finitos), y a las corrientes (número finito de funciones base), con el objetivo de encontrar sistemas de ecuaciones resolubles computacionalmente. Debido a que hay más de una serie a trincar en este caso, la convergencia del método no sólo dependerá del número de armónicos y funciones base escogidos para el truncamiento en cada serie, sino que además dependerá de la relación entre ellos (convergencia relativa). Estudios de la convergencia en problemas de estructuras periódicas pueden encontrarse en [63].

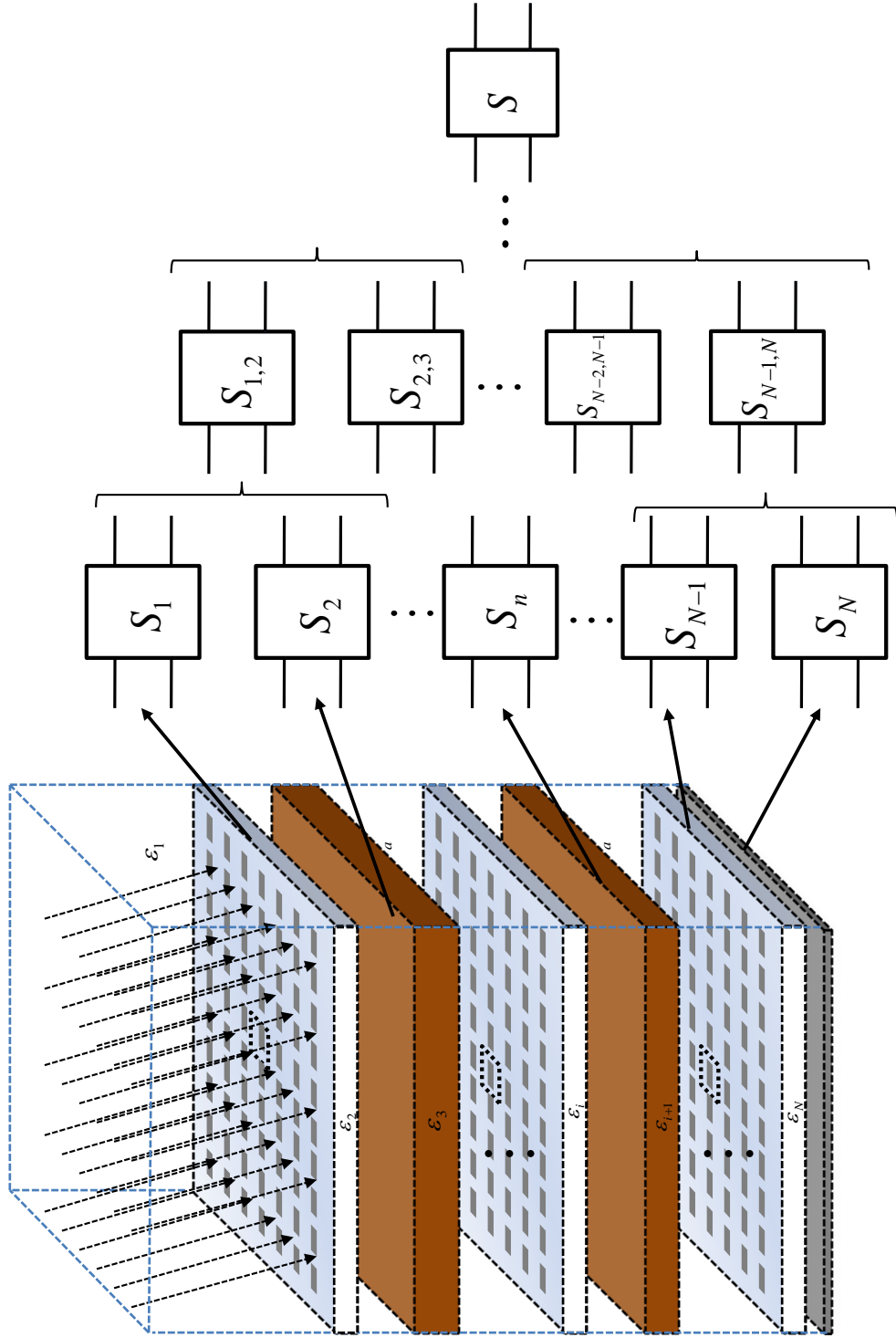


Figura 2.3: Caracterización por bloques de una estructura periódica multicapa y proceso de enlace de matrices S

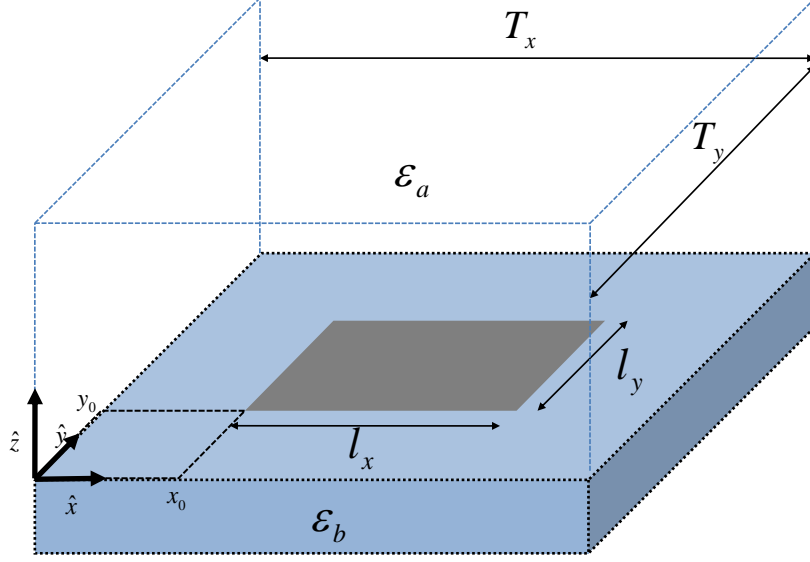


Figura 2.4: Celda unidad basada en parches de longitud variable

2.3.1.7. Resultados

Como ejemplo de implementación de la estrategia numérica descrita, en la figura 2.6 se representa, para un elemento basado en parches rectangulares (figura 2.4), las curvas de fase en función de la longitud a diferentes frecuencias para incidencia normal. Para este caso, las funciones base expandidas a todo el dominio del parche han sido:

$$\begin{aligned}\vec{j}_s(x, y) &= \sum_{r=1}^{N_f} c_r \vec{f}_r(x, y) = \sum_{r=1}^{N_{TE}} c_r \vec{f}_{rTE}(x, y) + \sum_{r=N_{TE}+1}^{N_{TM}+N_{TE}} c_r \vec{f}_{rTM}(x, y) \\ \vec{f}_{rTE}(x, y) &= \frac{m\pi}{l_x} \sin\left(\frac{m\pi(x-x_0)}{l_x}\right) \cos\left(\frac{n\pi(y-y_0)}{l_y}\right) \hat{x} + \frac{n\pi}{l_y} \cos\left(\frac{m\pi(x-x_0)}{l_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi(y-y_0)}{l_y}\right) \hat{y} \\ \vec{f}_{rTM}(x, y) &= \frac{q\pi}{l_y} \sin\left(\frac{p\pi(x-x_0)}{l_x}\right) \cos\left(\frac{q\pi(y-y_0)}{l_y}\right) \hat{x} - \frac{p\pi}{l_x} \cos\left(\frac{p\pi(x-x_0)}{l_x}\right) \sin\left(\frac{q\pi(y-y_0)}{l_y}\right) \hat{y}\end{aligned}$$

donde r es un valor asociado a un par (m, n) o (p, q) para funciones base TE o TM respectivamente.

Adicionalmente, la figura 2.7 muestra el comportamiento de la fase respecto a la longitud para el caso

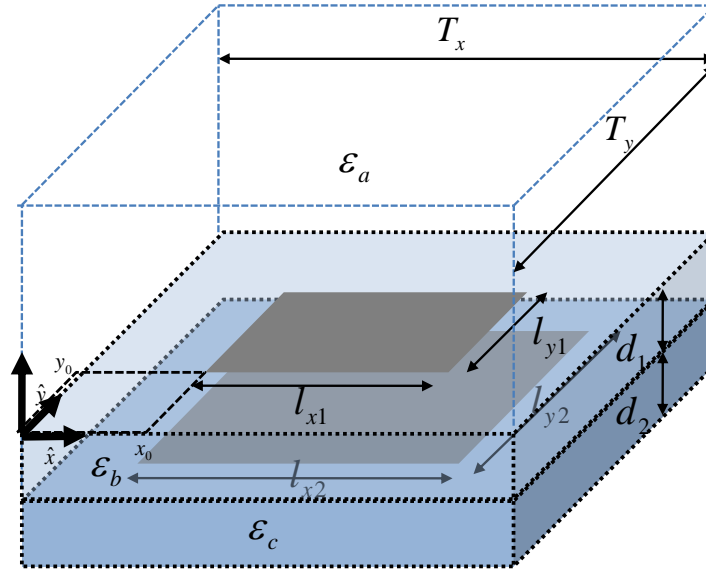


Figura 2.5: Celda unidad basada en parches apilados

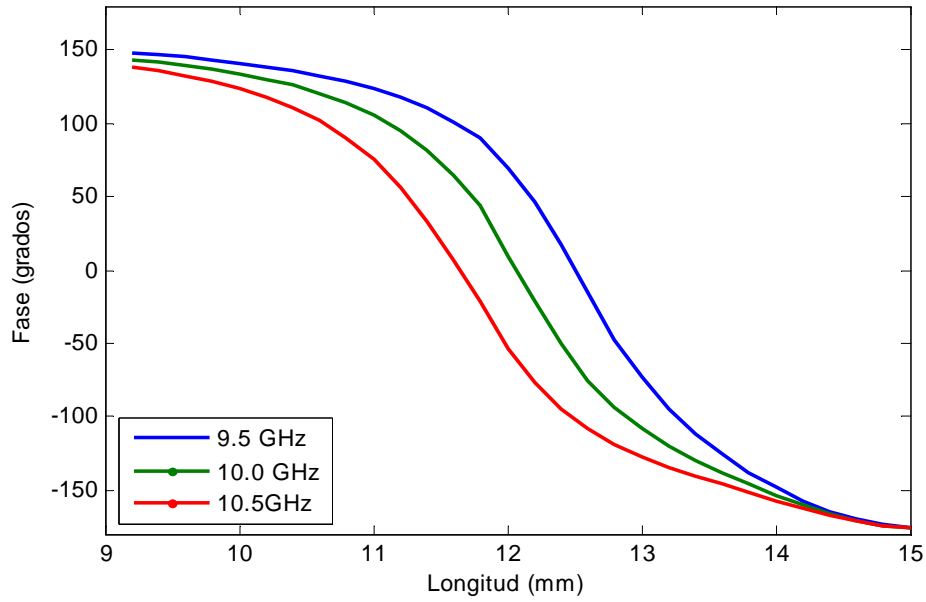


Figura 2.6: Fase en función de las dimensiones del parche para el elemento de la figura 2.4. $T_x=T_y=14$ mm, $\epsilon_r = 1,05$, $d_1=1$ mm, $l_x = l_y = longitud$

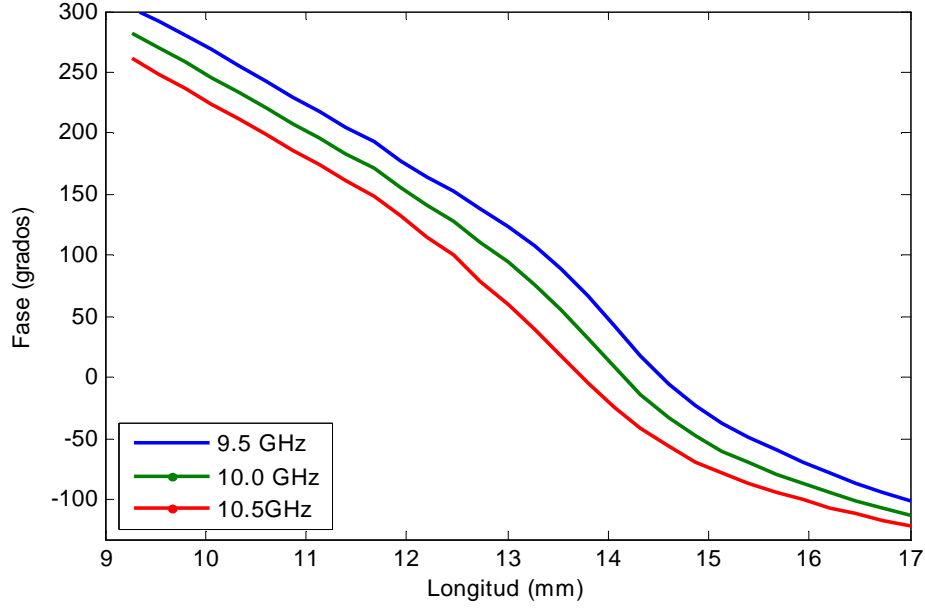


Figura 2.7: Fase en función de las dimensiones del parche para el elemento de la figura 2.5. $T_x=T_y=14$ mm, $\varepsilon_r = 1,05$, $d_1=d_2=1$ mm, $l_{capa1} = l_{y_{capa1}}$, $l_{capa2} = l_{y_{capa2}}$, $l_{capa1} = 0,7l_{x_{capa1}} = longitud$

de parches apilados rectangulares (figura 2.5), los cuales proporcionan mayor ancho de banda para el elemento [15]. Ambas figuras coinciden con las que se pueden encontrar en [2].

2.3.2. Otros métodos numéricos para el análisis de elementos periódicos

Tal y como se ha visto, el método de los momentos en el dominio espectral con condiciones de contorno periódicas permite caracterizar electromagnéticamente un elemento de reflectarray multicapa de una forma eficiente, siempre que los medios dieléctricos en cada capa sean homogéneos e isotrópicos, y considerando que las metalizaciones impresas en cada capa tienen espesor nulo. Si los elementos pueden modelarse de esta forma, este método resulta más adecuado que otros que también admiten condiciones periódicas, como pueden ser elementos finitos (“FEM”) o diferencias finitas en el dominio del tiempo (“FDTD”). Desde un punto de vista de eficiencia computacional, las ventajas de MoM respecto a FEM o FDTD residen, por una parte, en que sólo es necesaria una discretización del dominio bidimensional asociado a las metalizaciones, en lugar del dominio tridimensional que se requeriría para estas últimas, y por otra parte, en que la modelización de capas de espesor muy reducido resulta analítica con MoM

[8], mientras que FEM o FDTD requieren un mallado especialmente fino en ese caso, que relentiza el proceso de cálculo. Sin embargo, existen situaciones en las que una o varias capas en los elementos pueden corresponder a materiales inhomogeneos y/o anisótropos, en las que el efecto de los espesores resulta significativo, o en las que el elemento consta de otras componentes estructurales que no sean metalizaciones planas. En esos casos, es necesario recurrir a métodos puramente numéricos como FEM o FDTD para la caracterización de los elementos.

En su aplicación a la resolución de problemas electromagnéticos, FDTD y FEM han sido los métodos numéricos más desarrollados en la elaboración de herramientas para el análisis y diseño de dispositivos de microondas, ya sea de elaboración propia, o de uso comercial, siendo la base numérica de las conocidas herramientas comerciales CST o HFSS [64, 65]. Estas últimas, de fiabilidad ámpliamente demostrada, permiten analizar una gran diversidad de estructuras, incorporando entre sus múltiples opciones a modelización de materiales anisótropos y la posibilidad de imponer condiciones periódicas.

2.4. Análisis y diseño de una antena reflectarray

2.4.1. Síntesis de la fase objetivo

2.4.1.1. Síntesis de haz pincel

Si disponemos de un reflectarray en el que se define un sistema coordenado cartesiano (x_r, y_r, z_r) , la distribución de fase en cada elemento " i " del reflectarray $(\Phi(x_i, y_i))$ que permite sintetizar un diagrama de radiación de haz pincel en una determinada dirección (ϕ_r, θ_r) respecto a (x_r, y_r, z_r) , viene dada por la teoría de arrays mediante:

$$\Phi(x_i, y_i) = -kx_i \sin(\theta_r) \cos(\phi_r) - ky_i \sin(\theta_r) \sin(\phi_r)$$

donde k es la constante de propagación de una onda plana en el medio donde se propaga la onda $\left(k = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c}\right)$, y donde (x_i, y_i) son las coordenadas de cada elemento del reflectarray. Dado que esa distribución de fase, $\Phi(x_i, y_i)$, debe ser igual a la existente en cada elemento tras la iluminación, $-kd_i$, más el desfase que introduce cada uno de los elementos, $\Phi_R(x_i, y_i)$, podemos escribir que:

$$\Phi(x_i, y_i) = -kd_i + \Phi_R(x_i, y_i)$$

siendo d_i la distancia de cada elemento al centro de fase del alimentador. De esta forma, se llegaría a que:

$$\Phi_R(x_i, y_i) = kd_i - kx_i \sin(\theta_r) \cos(\phi_r) - ky_i \sin(\theta_r) \sin(\phi_r) \quad (2.30)$$

2.4.1.2. Síntesis de haz conformado

Como se verá en el apartado 2.4.3, el diagrama de radiación de un reflectarray se puede calcular de forma sencilla a partir de una transformada inversa de Fourier discreta bidimensional (algoritmos FFT) del valor del campo reflejado en módulo y fase en la superficie del reflectarray. Este hecho, permite realizar una síntesis eficiente para cumplir con una determinadas especificaciones para el diagrama.

Uno de los métodos más comunes de síntesis corresponde con el “Intersection Approach”, que considera dos familias de diagramas de radiación:

- R_s : Conjunto de diagramas de radiación que pueden ser obtenidos con el reflectarray bajo los niveles de iluminación que marca la bocina
- M_s : Conjunto de diagramas de radiación que cumplen con las especificaciones

Lo que se pretende es encontrar un elemento en el conjunto R_s que esté contenido en M_s , o en su defecto, un elemento de R_s cuya proyección en M_s minimice su distancia con respecto a este último [66, 67]. Inicialmente, se parte de un elemento de R_s elegido de forma que se asemeje lo más posible a las especificaciones de manera que el algoritmo iterativo empleado evite converger a mínimos locales no deseados. Una de las alternativas, es partir de un diagrama sintetizado a partir de un conjunto de haces pincel (Apdo. 2.4.1.1) lo suficientemente próximos entre sí para generar una forma parecida a la deseada. Con la distribución de amplitud y fase obtenida en la superficie para ese diagrama inicial, obtenido vía FFT inversa, se hace una proyección sobre M_s variando los valores de ganancia para cumplir con las especificaciones. Tras ello, mediante una FFT, se obtiene la distribución de amplitud y fase en la superficie que generan esa proyección, y posteriormente se sustituyen los valores de las amplitudes calculadas por las reales procedentes del alimentador (proyección sobre R_s). Así, de una forma iterativa, se llega a la distancia mínima entre los dos conjuntos.

Respecto al método “Intersection Approach”, se han publicado trabajos que estudian diversas formas de escoger de forma adecuada los valores de los diagramas de partida [68], así como diferentes estrategias iterativas que permiten que el método no converja a mínimos locales indeseados que se hacen cada vez

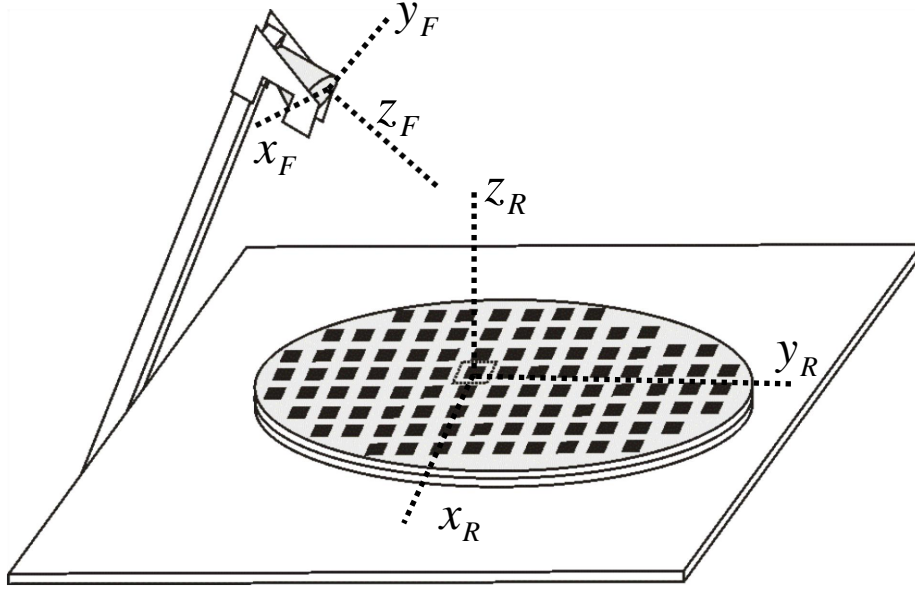


Figura 2.8: Sistemas coordenados definidos para el análisis del reflectarray

más numerosos conforme el número de variables en la optimización (número de elementos) aumenta [69].

2.4.2. Bocina de alimentación

Para el análisis del reflectarray completo, resulta necesario conocer tanto el diagrama de radiación del alimentador, como su posición respecto del sistema coordenado definido en el reflectarray (x_r, y_r, z_r) (Fig. 2.8).

Usualmente, los alimentadores de reflectarrays suelen ser bocinas, aunque también pueden actuar como alimentadores otro tipo de antenas, como pueden ser las Vivaldi, los parches, o incluso otro reflectarray en una configuración doble. Las bocinas empleadas de forma habitual, pueden modelarse mediante un diagrama tipo $\cos^q(\theta)$ en un sistema coordenado cartesiano definido en su centro de fase (x_F, y_F, z_F) (Fig. 2.8), donde la coordenada z es normal a la superficie de apertura de la bocina. En ese caso, el campo lejano radiado por el alimentador para una polarización en \hat{x} sería:

$$\overrightarrow{E^{Fx}}(r, \theta, \phi) = \frac{jke^{-jkr}}{2\pi r} \left[\hat{\theta} C_E(\theta) \cos(\phi) - \hat{\phi} C_H(\theta) \sin(\phi) \right]$$

y para una polarización en \hat{y} :

$$\overrightarrow{E^{Fy}}(r, \theta, \phi) = \frac{jke^{-jkr}}{2\pi r} \left[\hat{\theta} C_E(\theta) \sin(\phi) + \hat{\phi} C_H(\theta) \cos(\phi) \right]$$

siendo

$$C_E(\theta) = \cos^{q_E}(\theta)$$

$$C_H(\theta) = \cos^{q_H}(\theta)$$

Al contrario que en los arrays clásicos, los reflectarrays no disponen de los grados de libertad en las amplitudes de cada elemento a la hora de la síntesis del diagrama, ya que éstas están fijados por el alimentador. Debido a que la variación de la fase permite sólo un control sobre el apuntamiento o sobre la forma del diagrama, la elección del alimentador y de su ubicación resultan ser los únicos grados de libertad existentes a la hora de controlar parámetros como el nivel de lóbulos secundarios, aunque sea de forma reducida. No obstante, para elegir de forma adecuada la posición del alimentador, hay que tener también en cuenta ciertos criterios, tales como evitar el bloqueo o el “beam squint”.

2.4.3. Análisis completo elemento a elemento

Una vez se ha elegido la posición del centro de fase del alimentador, para obtener la expresión del campo incidente en el reflectarray es necesario expresar el campo procedente de la bocina, dado en el sistema coordenado (x_F, y_F, z_F) , en el sistema sistemas coordenado del reflectarray (x_r, y_r, z_r) , para cada elemento del mismo (Fig. 2.8).

Si suponemos que el campo radiado por una bocina respecto al sistema coordenado (x_F, y_F, z_F) , vale:

$$\overrightarrow{E_E^F}(r, \theta, \phi) = E_r^F(r, \theta, \phi) \hat{r} + E_\theta^F(r, \theta, \phi) \hat{\theta} + E_\phi^F(r, \theta, \phi) \hat{\phi}$$

donde el subíndice E representa que el campo está escrito en componentes vectoriales esféricas, mediante una transformación del tipo

$$\overrightarrow{E_C^F}(r, \theta, \phi) = T \cdot \overrightarrow{E_E^F}(r, \theta, \phi)$$

donde

$$T = \begin{bmatrix} \sin(\theta)\cos(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \end{bmatrix}$$

obtenemos el campo radiado por el alimentador en componentes vectoriales cartesianas (subíndice C) respecto a (x_F, y_F, z_F) . Si admitimos que el alimentador se encuentra en campo lejano respecto a la superficie de las metalizaciones, a cada elemento "e" le llega una onda localmente plana con unos ángulos de incidencia (θ_e, ϕ_e) dados por la posición relativa entre el mismo y el alimentador.

Si $\vec{r}_e = d_e \hat{r}_e$ es un vector de posición definido entre el centro de fase del alimentador y el centro de cada elemento, y θ_e^F, ϕ_e^F son los valores angulares esféricos que definen \hat{r}_e respecto al sistema coordenado (x_F, y_F, z_F) , cada valor de $\vec{E}_C^F(d_e, \theta_e^F, \phi_e^F)$ proporcionaría el campo incidente en cada elemento en coordenadas cartesianas respecto a (x_F, y_F, z_F) . Seguidamente, a través de un giro para transformar el sistema coordenado (x_F, y_F, z_F) a cada uno de los sistemas coordenados locales (x_e, y_e, z_e) centrados en cada elemento (supuestos con el mismo origen), en los que z_e es normal a la superficie del reflectarray y x_e, y_e están definidas según la periodicidad, se obtiene el campo incidente en cada elemento respecto de su sistema coordenado local [70]:

$$\vec{E}_{C_e}^i = A \cdot \vec{E}_C^F(d_e, \theta_e^F, \phi_e^F) = E_{x_e}^i \hat{x} + E_{y_e}^i \hat{y} + E_{z_e}^i \hat{z}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\cos(\alpha) - \sin(\gamma)\cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\gamma)\sin(\alpha) + \sin(\gamma)\cos(\beta)\cos(\alpha) & \sin(\gamma)\sin(\alpha) \\ -\sin(\gamma)\cos(\alpha) - \cos(\gamma)\cos(\beta)\sin(\alpha) & -\sin(\gamma)\sin(\alpha) + \cos(\gamma)\cos(\beta)\cos(\alpha) & \cos(\gamma)\sin(\beta) \\ \sin(\beta)\sin(\alpha) & -\sin(\beta)\cos(\alpha) & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

siendo (α, β, γ) los ángulos de Euler, que son los mismos para todos los sistemas coordenados locales.

Una vez obtenido el campo incidente en cada elemento, $\vec{E}_{C_e}^i$, calculamos los ángulos de incidencia (θ_e, ϕ_e) a sustituir en las expresiones 2.19 y 2.20 mediante:

$$\theta_e = \arctan \left(\frac{\sqrt{(E_{x_e}^i)^2 + (E_{y_e}^i)^2}}{E_{z_e}^i} \right)$$

$$\phi_e = \arctan\left(\frac{E_{ye}^i}{E_{xe}^i}\right)$$

y obtenemos los valores de a_{pe} (Ec. 2.16), a través de:

$$\left. \begin{aligned} a_{1e} &= E_{xe}^i \\ a_{(1+M_e)e} &= E_{ye}^i \end{aligned} \right\} (\theta = 0)$$

$$\begin{pmatrix} a_{1e} \\ a_{(1+M_e)e} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_{x0}^2 + k_{y0}^2}} \begin{pmatrix} -k_{x0} & k_{y0} \\ k_{y0} & k_{x0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xe}^i \\ E_{ye}^i \end{pmatrix} (\theta \neq 0)$$

Los coeficientes del campo transversal reflejado en cada elemento (Ec. 2.17) se calcularían a partir de la matriz S_{11} :

$$\begin{bmatrix} b_{1e} \\ b_{2e} \\ \vdots \\ b_{(M_e+N_e)e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11,1}^e & S_{11,2}^e & \cdots & S_{11,M_e+N_e}^e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{11,M_e+N_e,1}^e & S_{11,M_e+N_e,2}^e & \cdots & S_{11,M_e+N_e,M_e+N_e}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1e} \\ 0 \\ \vdots \\ a_{(1+M_e)e} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cada conjunto de coeficientes B representa una parte del campo transversal reflejado en la superficie del reflectarray, correspondiente a la superficie del elemento que se considere:

$$E_{e(x,y)}^{ref}(x_e, y_e) = \sum_{p=1}^{M+N} b_{pe} \overrightarrow{e_{tp}^{(e)}} e^{jk_{xm}^{(e)} x_e} e^{jk_{yn}^{(e)} y_e}; \quad x_e \in \left(\frac{-T_x}{2}, \frac{T_x}{2}\right), y_e \in \left(\frac{-T_y}{2}, \frac{T_y}{2}\right)$$

Finalmente, obteniendo el campo transversal reflejado en toda la superficie del reflectarray respecto al sistema coordenado general (x_r, y_r, z_r) , $\overrightarrow{E^r}(x, y) = E_x^r(x, y)\hat{x} + E_y^r(x, y)\hat{y}$, resulta factible calcular el campo lejano radiado $\overrightarrow{E_{far}}$ por el reflectarray usando el espectro angular de ondas planas $E_{x,y}^r(k_x, k_y)$, a través de la evaluación asintótica de las integrales implicadas [71]:

$$\overrightarrow{E_{far}}(r, \theta, \phi) = \frac{j2\pi k e^{-jkr}}{r} \left[\left(\cos(\phi)\hat{\theta} - \sin(\phi)\cos(\theta)\hat{\phi} \right) E_x^r(k_x, k_y) + \left(\sin(\phi)\hat{\theta} + \cos(\phi)\cos(\theta)\hat{\phi} \right) E_y^r(k_x, k_y) \right]$$

siendo:

$$E_{x,y}^r(k_x, k_y) = \iint_{RA} E_{x,y}^r(x, y) e^{jk_0(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.31)$$

y donde

$$k_x = \sin(\theta) \cos \phi$$

$$k_y = \sin(\theta) \sin \phi$$

Sustituyendo la expresión del campo reflejado en la ecuación 2.31 llegaríamos a que el espectro angular tomaría la expresión:

$$E_{x,y}^r(k_x, k_y) = T(k_x, k_y) \sum_{a=0}^{N_x-1} \sum_{b=0}^{N_y-1} e^{jk_0(k_x a T_x + k_y b T_y)} \int_{-\frac{T_x}{2}}^{\frac{T_x}{2}} \int_{-\frac{T_y}{2}}^{\frac{T_y}{2}} E_{e(x,y)}^{ref}(x_e, y_e) e^{jk_0(k_x x_e + k_y y_e)} dx_e dy_e$$

$$T(k_x, k_y) = e^{j \frac{k_0}{2} (k_x ((N_x-1)T_x) + k_y ((N_y-1)T_y))}$$

donde el índice “e” lleva asociado un par (a,b), donde el elemento (a,b) se encuentra en las coordenadas $aT_x - \frac{(N_x-1)T_x}{2}, bT_y - \frac{(N_y-1)T_y}{2}$ respecto a (x_r, y_r, z_r) , y siendo N_x y N_y el número de elementos en la dirección “x” e “y” respectivamente.

Dado que el tamaño del elemento es tal que únicamente hay propagación de un armónico TEM, o de un par TE, TM, quedando el resto de armónicos al corte, usualmente, y por simplicidad, se suele asumir que sólo existe la reflexión especular, por lo que únicamente se tienen en cuenta dos términos del campo reflejado. El hecho de no considerar los armónicos superiores implica un error en el cálculo del diagrama de radiación, aunque sólo es apreciable en lóbulos secundarios [72].

Con esta consideración, y admitiendo también que el campo reflejado en cada elemento es uniforme en el periodo, el espectro angular quedaría como:

$$E_{x,y}^r(k_x, k_y) = T(k_x, k_y) \sum_{a=0}^{N_x-1} \sum_{b=0}^{N_y-1} e^{jk_0(k_x a T_x + k_y b T_y)} \int_{-\frac{T_x}{2}}^{\frac{T_x}{2}} \int_{-\frac{T_y}{2}}^{\frac{T_y}{2}} M_{x,y}(a, b) e^{j\varphi_{x,y}(a,b)} e^{jk_0(k_x x_e + k_y y_e)} dx_e dy_e$$

siendo $M_{x,y}(a, b) e^{j\varphi_{x,y}(a,b)}$ el valor complejo del campo uniforme en cada celda, o lo que es lo mismo:

$$E_{x,y}^r(k_x, k_y) = T(k_x, k_y) T_x T_y \text{sinc}\left(\frac{k_0 k_x T_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_0 k_y T_y}{2}\right) \sum_{a=0}^{N_x-1} \sum_{b=0}^{N_y-1} e^{jk_0(k_x a T_x + k_y b T_y)} M_{x,y}(a, b) e^{j\varphi_{x,y}(a,b)}$$

Dado que la transformada inversa doble discreta de Fourier se define como:

$$F(k'_x, k'_y) = IDFT2(F(a, b)) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{a=0}^{N_x-1} \sum_{b=0}^{N_y-1} F(a, b) e^{j\left(\frac{2\pi k'_x a}{N_x}\right)} e^{j\left(\frac{2\pi k'_y b}{N_y}\right)}$$

el doble sumatorio en la expresión anterior correspondería con una transformada doble discreta de Fourier de la función $F(a, b) = N_x N_y M_{x,y}(a, b) e^{j\varphi_{x,y}(a,b)}$ particularizada en

$$k'_x = \frac{k_x N_x k_0 T_x}{2\pi}$$

$$k'_y = \frac{k_y N_y k_0 T_y}{2\pi}$$

por lo que pueden emplearse algoritmos FFT para mejorar la eficiencia en el cálculo del espectro angular y por ende el diagrama de radiación.

La estrategia de análisis elemento a elemento puede combinarse con cualquier método numérico que se emplee para analizar cada celda periódica por separado, ya sea MoM u otros. No obstante, sólo permite analizar el reflectarray considerando que éste se encuentra situado en la zona de campo lejano del alimentador. Cuando esta situación no se produce, como puede ocurrir en configuraciones de doble reflector, es necesario recurrir a otras estrategias, como pueden ser el empleo de métodos puramente numéricos que tengan en cuenta la excitación real.

2.5. Resumen

Existen diversas estrategias de análisis electromagnético que permiten calcular la radiación de una antena reflectarray. De entre todas ellas, una de las que proporciona resultados precisos y computacionalmente eficientes corresponde con la técnica de análisis elemento a elemento descrita en este capítulo, en la que se asume que cada elemento de la antena se encuentra en un ambiente localmente periódico consigo mismo, y excitado por una distribución de campo periódica. Esta asunción, además de permitir un análisis más eficiente, permite afrontar la síntesis sólo fase de diagramas de radiación conformados.

Para proceder al análisis de cada celda unidad, se pueden emplear diversos métodos numéricos que admitan condiciones de contorno periódicas. De entre todos ellos, el que resulta más eficiente en la mayor parte de los casos es el método de los momentos en el dominio espectral, descrito en este capítulo, ya

que para éste, sólo es necesaria una discretización de las corrientes en la superficie de los conductores, siendo el resto del problema abordable de forma analítica a través de la función diádica de Green. Sin embargo, existen casos en los que no resulta factible el empleo del método de los momentos, como son los elementos que incorporan diversos dieléctricos en una misma capa. En ese caso, se deben emplear otras técnicas de análisis puramente numéricas, como FDTD o FEM, con el consiguiente coste computacional que ello conlleva.

Capítulo 3

Introducción a los cristales líquidos

3.1. Introducción

En la naturaleza, existen diferentes estados de agregación de la materia: sólido, líquido, gas, plasma, etc. Dentro de los sólidos, la fase cristalina se caracteriza por tener una estructura molecular donde las moléculas se encuentran muy agrupadas entre sí, están orientadas en una misma dirección, y quedan sujetas a fuerzas de atracción que impiden su movilidad, haciendo que su orden posicional y orientacional sea elevado. En el estado líquido, sin embargo, las moléculas tienen libertad de movimiento y de orientación, y por tanto su nivel de orden es bajo para ambos criterios. Un cristal líquido es un estado de agregación de la materia en donde la estructura molecular de las sustancias sujetas al mismo (llamadas comúnmente cristales líquidos) se encuentra en un estado intermedio entre las dos anteriores (estado mesomórfico), definido por un orden molecular intermedio (Fig. 3.1) que hace que adopte ciertas propiedades de cada uno de ellos [73, 74]:

- Propiedades cristalinas: Anisotropía dieléctrica, configuración periódica de las moléculas en una dirección del espacio, etc.
- Propiedades de los líquidos: Fluidez, viscosidad, etc.

Las propiedades anteriores pueden ser empleadas para diversas aplicaciones, como puede ser la obtención de fibras muy resistentes empleadas para la fabricación de cables, neumáticos, chalecos antibalas, etc, o la obtención de liposomas útiles para elaboración de cosméticos o detergentes. Sin embargo, de entre

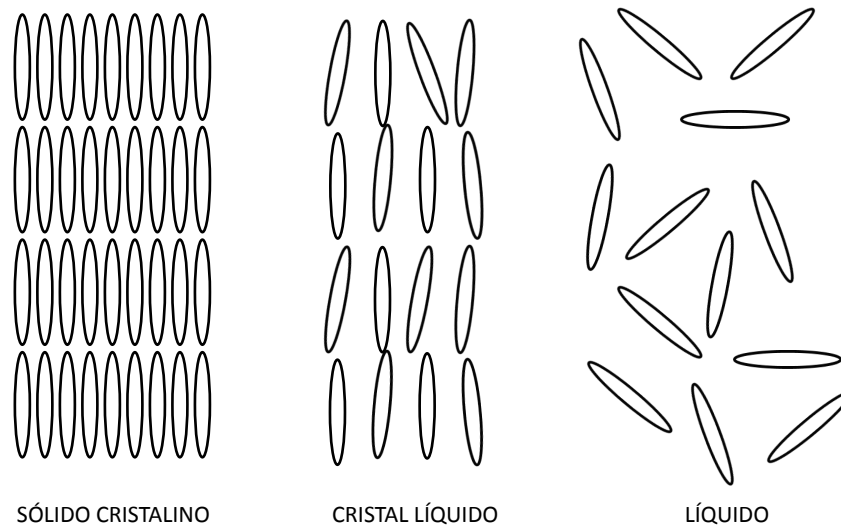


Figura 3.1: Orden molecular en los estados sólido cristalino, cristal líquido y líquido

todas ellas, la que ha suscitado mayor interés ha sido la anisotropía dieléctrica (óptica) y la facilidad para controlar la dirección en la que ésta se presenta, mediante una excitación externa, dando origen a los “displays” y a multitud de dispositivos dentro del campo de la fotónica (televisiones, calculadoras, relojes, retroproyectores, cabezales de impresoras, etc) o de las microondas. En nuestro caso, como ya se comentó en el capítulo 1, esta propiedad permite que los cristales líquidos puedan adoptarse como tecnología para la elaboración de elementos desfasadores reconfigurables válidos para reflectarrays de barrido o reconfiguración de haz. Por ello, y con el objetivo de adquirir un conocimiento de estas sustancias que nos permitan idear nuevas estrategias y estructuras que nos permitan aprovechar al máximo sus características físicas, en este capítulo estudiaremos, desde un punto de vista físico, y a través de una descripción de los modelos matemáticos existentes más sencillos, la propiedad de anisotropía dieléctrica de los cristales líquidos más comunes en aplicaciones tecnológicas, y la capacidad que tienen este tipo de sustancias para variar la dirección en la que la anisotropía se presenta en función de una determinada excitación externa, algo que electromagnéticamente, para un sistema coordenado definido, se traduce en la capacidad de conmutación de la permitividad eléctrica.

3.2. Tipos de cristales líquidos

Se pueden clasificar los cristales líquidos en función del parámetro a controlar para alcanzar el estado mesomórfico (comúnmente llamado estado de cristal líquido) y las fases dentro de éste (mesofases). De esta forma, encontramos:

- Cristales líquidos *termotrópicos*, cuyo parámetro limitante es la temperatura, siendo los más empleados en aplicaciones tecnológicas.
- Cristales líquidos *liotrópicos*, que son aquellos en los que las mesofases se producen cuando son disueltos en determinadas sustancias químicas, y cuyo parámetro importante a controlar es la concentración de las mismas. Ejemplos de este tipo de cristales líquidos se encuentran en las membranas de las células de los seres vivos, por lo que adquieren importancia en campos como el de la química biomimética.
- Cristales líquidos *poliméricos*, que son sintetizados mediante la adición de grupos mesógenos (cristales líquidos) a cadenas poliméricas, y que comparten propiedades de ambas estructuras moleculares, como son la anisotropía dieléctrica (cristales líquidos) y las propiedades mecánicas, térmicas y/o eléctricas propias de los polímeros.
- Cristales líquidos *coloidales*, descubiertos recientemente, donde las moléculas se estructuran formando una red de cilindros rígidos alargados sujetos a fuerzas entrópicas, con los que se consiguen sobre todo inusuales propiedades mecánicas. En este caso, el parámetro a controlar es la entropía.

3.3. Mesofases de los cristales líquidos

Dentro del estado mesomórfico, existen un gran número de fases (mesofases) definidas por el grado de orden orientacional y posicional que adquieren las moléculas, y cuya aparición depende del tipo de molécula asociada al cristal líquido. Así, una misma fase puede estar ligada con diferentes valores de parámetros característicos como la temperatura, en función del tipo de cristal líquido que se esté considerando (Apdo. 3.2).

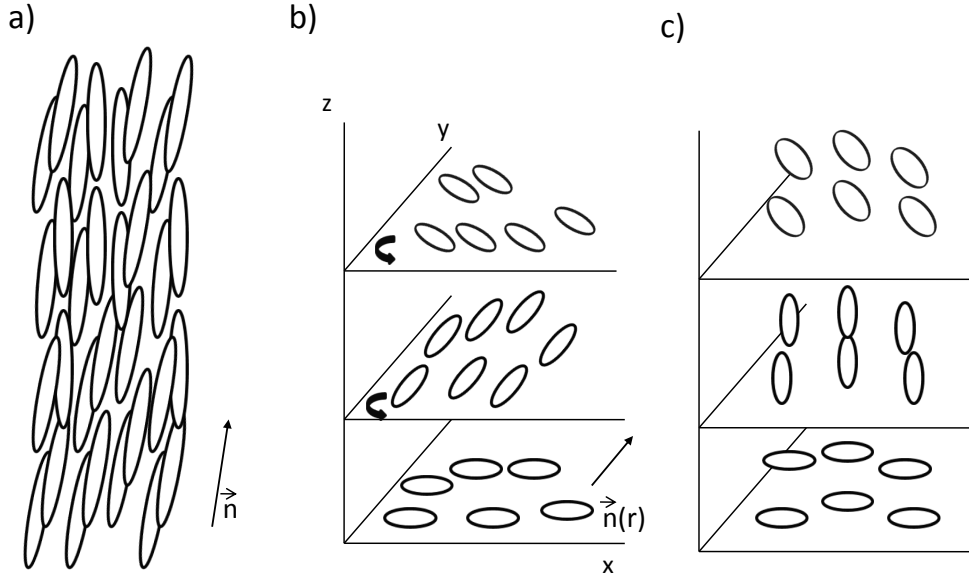


Figura 3.2: Distribución molecular en diferentes mesofases del estado cristal líquido. a) Fase Nemática. b) fase colestérica. c) Fase Esmética

3.3.1. Fase nemática

La fase nemática (*“nematic phase”*) se caracteriza porque las moléculas quedan orientadas alrededor de un eje en una dirección definida (orden orientacional elevado), manteniendo sus centros de masa emplazados de manera incorrelada (orden posicional bajo) de forma similar a los líquidos (Fig. 3.2 a). La dirección de orientación media de las moléculas está definida a partir de un vector llamado *director*, \vec{n} , que tiene una variación muy pequeña en el medio, tiene simetría cuadrupolar ($-\vec{n} = \vec{n}$) si no hay polaridad en las moléculas, puede ser modificado mediante una excitación externa, y a partir del cual se deducen todas las propiedades físicas del cristal, entre la que destaca la anisotropía dieléctrica.

3.3.2. Fase colestérica

La fase colestérica (*“cholesteric phase”*) es similar tanto en orden orientacional como en orden posicional a la fase nemática, con la diferencia de que el director no varía en el medio de forma uniforme, sino que adopta una configuración helicoidal respecto a un eje (Fig. 3.2 b).

Respecto a un sistema coordenado (x, y, z) que posee una variable coordenada en la dirección del eje

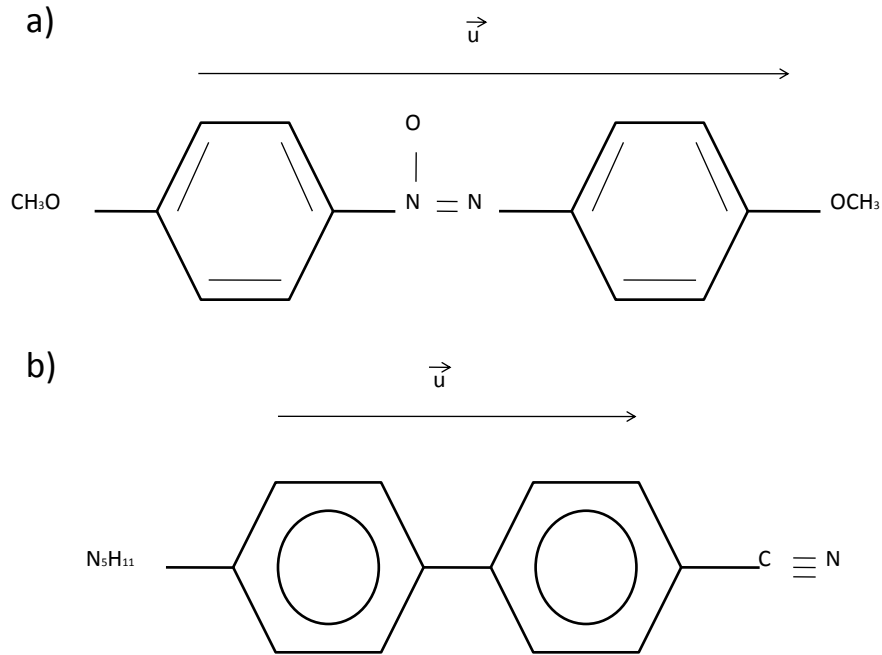


Figura 3.3: fff

helicoidad (p.e. z), el director puede escribirse como:

$$n_x = \cos(\alpha(z - \beta)) \quad (3.1)$$

$$n_y = \sin(\alpha(z - \beta))$$

$$n_z = 0$$

donde el eje helicoidal y β son arbitrarios, y pueden ser configurados por la excitación externa del cristal. La fase nemática es un caso particular de fase colestérica cuando $\alpha = 0$, y como puede comprobarse, existe periodicidad en la estructura respecto al eje helicoidal con un periodo $T = \frac{\pi}{|\alpha|}$.

3.3.3. Fase esméctica

Junto con un grado orientacional elevado, la fase esméctica (*“smectic phase”*) se caracteriza por tener un agrupamiento molecular dispuesto en capas bien definidas, que hacen su grado de orden posicional

sea intermedio, mayor que el de las fases nemática y colestérica (Fig. 3.2 c). Dentro de la fase esméctica, existen diferentes subfases (A, B, C, etc) que se diferencian en función de diversos criterios, como son la disposición y correlación de las capas, o la orientación, y que poseen propiedades características.

3.3.4. Otras Fases

En las últimas décadas, la investigación en cristales líquidos ha supuesto el descubrimiento de nuevas mesofases y la confirmación de la existencia de otras que se habían predicho de forma teórica, asociadas a la ruptura de las simetrías del sistema. Algunas de las nuevas fases que se han obtenido son: las fases columnares, formas polimórficas de la fase esméctica A, las fases azules, o la fase nemática biaxial.

3.4. Parámetros característicos de la fase nemática

3.4.1. Parámetro de orden

De entre todas las mesofases conocidas, la que tiene mayor pràctico es la nemática, debido a que el director varía de forma uniforme en el medio haciendo que el tensor permitividad dieléctrica, $\bar{\epsilon}$, sea homogéneo. Dado que esta fase se define de forma cualitativa a partir del nivel de orden orientacional de las moléculas, resulta necesario definir un ente matemático que cuantifique dicho orden teniendo en cuenta las características microscópicas del sistema, y que pueda ser ligado a los distintos parámetros físicos que permiten describir el sistema macroscópicamente.

Un parámetro de orden no es más que una cantidad que toma un valor nulo cuando las moléculas se encuentran desordenadas (fase isotrópica), y distinto de cero cuando exista un cierto grado de orden.

Desde un punto de vista microscópico, si suponemos el modelo más sencillo de sustancia nematógena, compuesta por moléculas rígidas en forma de varilla con simetría axial, donde resulta factible introducir en el eje de simetría de cada una de ellas un vector unitario, \hat{u} , que describa su orientación respecto a un sistema coordenado considerado, podría pensarse en definir el parámetro de orden respecto de la orientación media, \hat{n} , como $E(\hat{u} \cdot \hat{n}) = \int (\hat{u} \cdot \hat{n}) f(\phi, \theta, T, P, \dots) d\Omega$ donde E es el operador media, y $f(\phi, \theta, T, P, \dots)$ es la función densidad de probabilidad, dependiente de ciertos parámetros, como el tipo de molécula que forma el cristal líquido, de la temperatura T , de la presión P , etc, que da cuenta de la probabilidad de encontrar moléculas orientadas ϕ, θ respecto a \hat{n} en un ángulo sólido infinitesimal $d\Omega =$

$\sin(\theta)d\theta d\phi$ centrado en un punto \vec{r} . Sin embargo, el hecho de que una molécula de esas características tenga igual probabilidad de encontrarse orientada en una dirección o en su opuesta, hace que dicho parámetro sea siempre nulo, aún cuando haya un grado alto de orden. Por ello, resulta necesario definir el parámetro de orden con un ente matemático de mayor rango que el de un vector: una matriz.

La definición más sencilla de un parámetro de orden definida por una matriz es:

$$S_{ij}(\vec{r}) = E \left(u_i u_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \quad (3.2)$$

donde E es el operador media definido anteriormente, u_i, u_j son las componentes del vector \hat{u} respecto a un sistema coordenado cartesiano definido $(i, j = (x, y, z))$, y donde \vec{r} indica el punto del espacio donde se define la función $f(\phi, \theta, T, P, \dots)$.

Las propiedades de esta definición de parámetro de orden, que lo hace adecuado para describir los estados nemático y colestérico, son:

1. El tensor S_{ij} es simétrico ($S_{ij} = S_{ji}$), tal y como se debe cumplir en un parámetro de orden orientacional de un sistema con simetría geométrica.
2. La traza del tensor es nula, haciendo que éste se anule en la fase isotrópica $S_{ij}^{iso} = 0$, ya que si definimos un vector \hat{u} que determine cualquier tipo de orientación:

$$u_x = \sin(\theta)\cos(\varphi) \quad (3.3)$$

$$u_y = \sin(\theta)\sin(\varphi)$$

$$u_z = \cos(\theta)$$

y tenemos en cuenta que la probabilidad de que una molécula se encuentre en una dirección dada por los ángulos ϕ, θ es igual para todas las direcciones, o lo que es lo mismo, su función densidad de probabilidad ($f(\phi, \theta)$) es independiente de dichos ángulos, tendríamos que:

$$S_{zz} = E \left(u_z u_z - \frac{1}{3} \delta_{zz} \right) = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} (\cos^2(\theta) - \frac{1}{3}) f^{iso} \sin\theta d\theta d\phi = 0 \quad (3.4)$$

donde la normalización de f se escribiría como:

$$\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} f^{iso}(\phi, \theta) \sin\theta d\theta d\phi = f^{iso} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta d\phi = 1 \Rightarrow f^{iso} = \frac{1}{4\pi} \quad (3.5)$$

Dada la simetría de $\overline{\overline{S}}$, resulta siempre factible encontrar un sistema coordenado que diagonalice el mismo de la forma:

$$S_{ij} = S \cdot \left(n_i n_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \quad (3.6)$$

donde n_i, n_j son las componentes del director ($i, j = (x, y, z)$). Escogiendo el eje z como la dirección del director, la expresión del tensor de orden quedaría como:

$$S_{ij} = S \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

con

$$S(T, P, \dots) = E(P_2(\cos(\theta))) = \int_0^\pi \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2(\theta) \right) f(\theta, T, P, \dots) 2\pi \sin(\theta) d\theta \quad (3.8)$$

donde $P_2(x)$ es el polinomio de Legendre de orden 2, y donde $f(\phi, \theta, T, P, \dots)$ es invariante en ϕ debido a la simetría axial respecto a $\hat{n}(\vec{r})$. Existen diversas teorías (Landau de Gennes, Maier-Saupe, etc [73]) que establecen la forma de variación de la función f , y que concuerdan bien con los resultados experimentales.

El parámetro S , dependiente de la temperatura, el tipo de molécula que forma el cristal, etc, proporciona una medida del grado de orden del sistema respecto a la dirección de orientación media marcada por el director, tomando el valor 0 en la fase isotrópica, 1 cuando las moléculas están perfectamente orientadas respecto al director (fase cristalina), y entre 0.3 y 0.9 en los cristales líquidos.

3.4.2. Parámetro de anisotropía: birrefringencia

Para el modelo de moléculas rígidas y alargadas considerado, que es preciso para describir gran parte de los cristales líquidos empleados en aplicaciones tecnológicas, la anisotropía del medio se define a partir de dos parámetros de permitividad: $\varepsilon_{//}$, que es la que presenta el cristal en la dirección que marca el eje de las moléculas, y ε_{\perp} , que es la permitividad asociada a las dos direcciones perpendiculares al mismo

como consecuencia de la simetría axial de las moléculas. Si asumimos que el director de un cristal líquido en fase nemática con esta geometría molecular es paralelo al eje z en un sistema coordenado cartesiano definido, y que el cristal líquido es invariante en el tiempo y no dispersivo, la componentes en la dirección \hat{z} del desplazamiento eléctrico y del campo eléctrico estarán relacionadas a través de $\varepsilon_{//}$ mediante la relación constitutiva $D_z = \varepsilon_{//} E_z$; de la misma forma, para las dos direcciones ortogonales a \hat{z} tendremos la permitividad común, ε_{\perp} , que relaciona las dos magnitudes de campo, pudiéndose escribir que:

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} \vec{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{//} \end{pmatrix}_{\hat{n}=\hat{z}} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Si por conveniencia, el director \hat{n} se encuentra en una dirección distinta a \hat{z} respecto al sistema coordenado definido, es necesario generalizar la expresión anterior de forma que el parámetro $\varepsilon_{//}$ ligue las magnitudes de campo en esa dirección. De esta forma, se llega a:

$$\vec{D} = \underbrace{(\varepsilon_{\perp} \bar{\mathbf{1}} + \Delta\varepsilon (\hat{n} \otimes \hat{n}))}_{\vec{\varepsilon}} \vec{E} = \left(\begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{pmatrix} + \Delta\varepsilon \begin{pmatrix} n_x n_x & n_x n_y & n_x n_z \\ n_y n_x & n_y n_y & n_y n_z \\ n_z n_x & n_z n_y & n_z n_z \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

donde $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp}$ es la llamada birrefringencia de la fase nemática.

Por otro lado, si definimos la permitividad eléctrica como una suma de dos componentes, una isotrópica y una anisótropa, de la forma:

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}^i + \vec{\varepsilon}^a$$

con

$$\begin{aligned} \vec{\varepsilon}^i &= \left(\varepsilon_{\perp} + \frac{1}{3} \Delta\varepsilon \right) \bar{\mathbf{1}} \\ \vec{\varepsilon}^a &= \Delta\varepsilon \left((\hat{n} \otimes \hat{n}) - \frac{1}{3} \bar{\mathbf{1}} \right) \end{aligned}$$

y tenemos en cuenta que para el modelo molecular considerado, podemos escribir la parte anisótropa de la permitividad como

$$\vec{\varepsilon}^a = \bar{\varepsilon}_{ij}^a \big|_{i,j=x,y,z} = \rho_v \bar{x}_{\alpha\beta}(f) S_{\alpha\beta}^{ij}$$

siendo ρ_v la densidad volumétrica de moléculas y $\bar{\alpha}$ la polarizabilidad dinámica del material ($\alpha, \beta = a, b, c$), se puede llegar a relacionar la birrefringencia con el parámetro de orden de la forma:

$$\Delta \varepsilon(f, T, P, \dots) = \rho_v (x_{e//}(f) - x_{e\perp}(f)) S(T, P, \dots) \quad (3.11)$$

obteniéndose la máxima birrefringencia posible en la fase cristalina ($S = 1$), y una birrefringencia nula en la fase isotrópica ($S = 0$) asociada a un valor de permitividad ε_{iso} , igual en todas las direcciones del espacio. La dependencia con la frecuencia de la permitividad paralela y perpendicular, y por ende, de la birrefringencia, la marca el comportamiento de la polarizabilidad del material en las direcciones correspondientes, que está asociada a las frecuencias de resonancia (absorción y emisión) de las moléculas que forman el material, de igual forma a como ocurre en cualquier otro medio dieléctrico.

3.4.3. Punto de paso (Cristales líquidos liotrópicos)

Ya que los cristales líquidos liotrópicos son los más empleados en aplicaciones tecnológicas, como es nuestro caso, conviene definir ciertos parámetros característicos que definen a los mismos, y que pueden resultar de utilidad a la hora de identificar y caracterizar el cristal empleado. Además de la birrefringencia, un parámetro característico de este tipo de cristales es el denominado punto de paso (“clearing point”), que define la temperatura de transición entre el estado nemático y el isotrópico.

La obtención teórica de dicho punto ha sido sujeto de múltiples estudios, siendo la teoría de Landau una de las que proporcionan mejores concordancias con las medidas. Esta teoría define la energía libre de Gibbs (g), que da la condición de equilibrio de un sistema termodinámico, en función del parámetro de orden (S_{ij}), de la temperatura (T), y de la presión (P), como [73]:

$$g(S_{ij}, T, P) = g_i + \frac{1}{2}AS_{ij}S_{ij} - \frac{1}{3}BS_{ij}S_{jk}S_{ki} + \frac{1}{4}CS_{ij}S_{ij}S_{kl}S_{kl} \quad (3.12)$$

siendo g_i la densidad volumétrica de energía libre de la fase isotrópica y A, B, C funciones de T y P , aunque normalmente sólo A varía con las mismas de la forma $A = A'(T - T')$, siendo T' la llamada

“spinodal temperature” que determina el equilibrio de la fase isotrópica, y

$$S(T) = \begin{cases} 0 & (T > T') \\ \neq 0 & (T < T') \end{cases} \quad (3.13)$$

Si sustituimos la expresión 3.7 en 3.12, se llega a que:

$$g(S, T, P) = g_i + \frac{1}{3}AS^2 - \frac{2}{27}BS^3 + \frac{1}{9}CS^4 \quad (3.14)$$

El valor de S que minimiza la función anterior es:

$$S = 0 \text{ fase isotrópica}$$

$$S = \frac{B}{4C} \left(1 + (1 - 24\beta)^{1/2} \right) \text{ fase nemática} \quad (3.15)$$

con $\beta = \frac{AC}{B^2}$.

Como la temperatura de transición en el punto de paso, T_c , es aquella que hace que en ambas fases la energía libre sea la misma, sustituyendo 3.15 en 3.14, se obtiene que:

$$\beta = \frac{2}{9} \quad (3.16)$$

$$T_c = T' + \frac{2B^2}{9A'C} \quad (3.17)$$

con

$$S(T_c) = S_c = \frac{2B}{3C} \quad (3.18)$$

A temperaturas por debajo de T_c , la fase nemática es estable, mientras que a temperaturas superiores, la fase isotrópica es la que se hace estable.

Valores típicos medidos de los parámetros anteriores para el cristal líquido K15 (5CB) son: $A' = 0,13 \frac{J}{cm^3 K}$, $B = 1,6 \frac{J}{cm^3}$, $C = 3,9 \frac{J}{cm^3}$, $T' = 318,26 K$, aunque normalmente los fabricantes de cristal líquido suelen dar directamente el parámetro T_c como combinación de éstos.

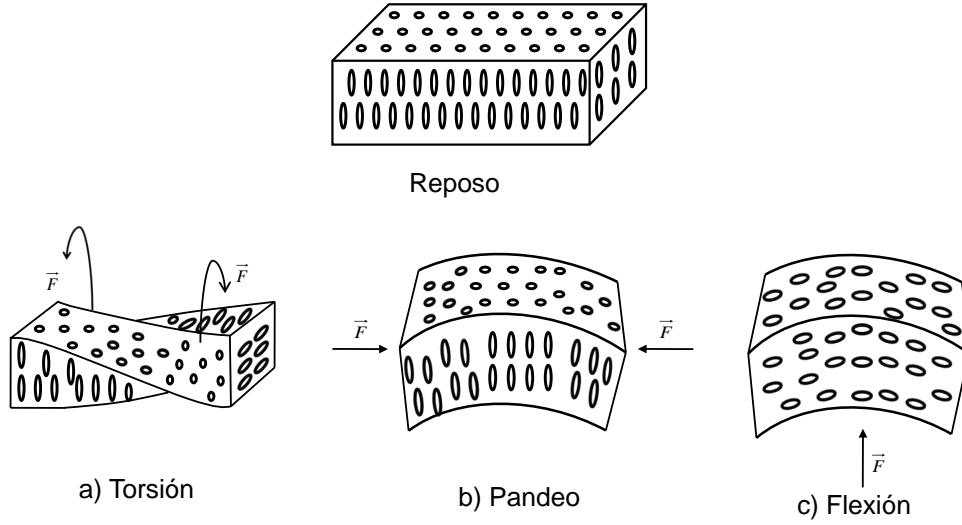


Figura 3.4: Diferentes deformaciones que pueden tener las moléculas de un cristal líquido. a) Torsión (“Twist”) b) Pandeo (“Splay”) c) Flexión (“Bend”)

3.5. Respuesta ante excitaciones externas en la fase nemática.

Energía libre de Frank-Oseen

Como se deduce de la expresión 3.10, un cambio en la orientación de las moléculas (director) respecto a un sistema coordenado definido se traduce en una variación de la permitividad eléctrica respecto al mismo. La pregunta que se plantea ahora es qué cantidad de energía es necesaria aportar al sistema para conseguir variar la dirección del director y qué tipos de fuentes lo permiten.

En la fase nemática, la reorientación molecular es debida a deformaciones en el director producidas por fuentes de energía externas al mismo, que pueden ser de tipo electromagnético (campo eléctrico y/o magnético) o mecánico. Las fuentes electromagnéticas hacen que las moléculas de los cristales líquidos, además de polarizarse, giren debido al alto grado de orden orientacional dado por sus características atómicas y de enlace. Estos giros, están asociados a un torque que tiende a orientar las moléculas hacia la dirección del campo, ocasionando la deformación del material.

Las deformaciones en el director pueden clasificarse en tres tipos:

- Torsión o “twist”, producido por un par de fuerzas de torsión (Fig. 3.4 a)
- Pandeo o “splay”, producido por un par de fuerzas ortogonales a la dirección de las moléculas (Fig. 3.4 b)
- Flexión o “bend”, producido por fuerzas paralelas a la dirección de las moléculas (Fig. 3.4 c)

Si las fuerzas que producen la curvatura son suficientemente pequeñas, éstas son proporcionales a las deformaciones del material. De esta forma, si en un punto \vec{r} del cristal líquido se define un sistema coordenado local donde el eje z corresponde con la dirección media marcada por el director, $\hat{z} = \hat{n}(\vec{r})$, el director puede expresarse como:

$$\begin{aligned} n_x(\vec{r}) &= f_1 x + f_4 y + f_5 z + \Theta(r^2) \\ n_y(\vec{r}) &= -f_3 x + f_2 y + f_6 z + \Theta(r^2) \\ n_z(\vec{r}) &= 1 + \Theta(r^2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde las seis componentes que definen las deformaciones del material son:

$$f_1 = \frac{\partial n_x}{\partial x} \quad f_2 = \frac{\partial n_y}{\partial y} \quad \text{splay} \quad (3.20)$$

$$f_3 = -\frac{\partial n_y}{\partial x} \quad f_4 = \frac{\partial n_x}{\partial y} \quad \text{twist} \quad (3.21)$$

$$f_5 = \frac{\partial n_x}{\partial z} \quad f_6 = \frac{\partial n_y}{\partial z} \quad \text{bend} \quad (3.22)$$

Por otra parte, la densidad de energía libre elástica por unidad de volumen puede expresarse como:

$$g_{el} = \sum_{i=1}^6 k_i f_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^6 k_{ij} f_i f_j \quad (3.23)$$

siendo $k_i, k_{ij} = k_{ji}$ constantes elásticas asociadas a la energía elástica propia y cruzada de las diferentes deformaciones.

Las cuarenta y dos constantes elásticas se reducen en la mayoría de los casos a seis independientes, pudiéndose escribir que:

$$g_v = \frac{1}{2} k_{11} (\nabla \cdot \hat{n} + \frac{k_1}{k_{11}})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (\hat{n} \cdot (\nabla \times \hat{n}) - \frac{k_2}{k_{22}})^2 + \frac{1}{2} k_{33} (\hat{n} \times (\nabla \times \hat{n}))^2 + \frac{1}{2} k_{12} (\nabla \cdot \hat{n}) (\nabla \cdot (\nabla \times \hat{n}))^2 \quad (3.24)$$

La expresión 3.24 es la denominada densidad de energía libre elástica de Frank-Oseen para el estado nemático y colestérico de los cristales líquidos, que cuantifica la energía que es necesario aplicar al cristal líquido para producir una variación en el director, sin tener en cuenta efectos de superficie (Apdo. 3.5.3).

En la mayor parte de los cristales líquidos, las moléculas carecen de polaridad, por lo que al tener un momento dipolar permanente nulo, $k_1 = k_{12} = 0$; además, en la fase nemática, tampoco tienen enantiomorfismo ($k_2 = k_{12} = 0$). En esas condiciones, la ecuación 3.24 puede reducirse a:

$$g_v = \frac{1}{2}k_{11}(\nabla \cdot \hat{n})^2 + \frac{1}{2}k_{22}(\hat{n} \cdot (\nabla \times \hat{n}))^2 + \frac{1}{2}k_{33}(\hat{n} \times (\nabla \times \hat{n}))^2 \quad (3.25)$$

Una vez se ha definido dicha energía, resulta factible caracterizar la respuesta del director de un cristal líquido ante una excitación producida por unas fuentes externas de energía.

Hay que tener en cuenta, que la cantidad de energía necesaria para reorientar las moléculas es tanto mayor conforme aumenta el grado de orden posicional de las moléculas, ya que en ese caso las fuerzas de interacción entre ellas son muy intensas (constantes de elasticidad muy elevadas). De esta forma, en un material en el límite del estado mesomórfico (límites de sólido cristalino), donde el grado de orden posicional y orientacional es muy elevado, se precisaría una energía casi infinita para conseguir una variación del director.

3.5.1. Orientación bajo una excitación con campo magnético estático (Efecto Freéderiks)

Si se considera un caso particular en el que un cristal líquido queda situado entre dos superficies paralelas e indefinidas, separadas una distancia d en el eje z , de forma que éstas impongan a las moléculas una orientación normal a las mismas (Fig. 3.5 a), la respuesta del director de un cristal líquido ante una excitación con un campo magnético estacionario resulta factible de resolver de forma analítica.

Si excitamos la estructura con un campo magnético estacionario $\vec{H} = H \cdot \hat{x}$, la densidad de energía magnética almacenada por unidad de volumen en el sistema se escribiría como:

$$g_m = \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \bar{\mu} \vec{H} = \frac{1}{2}\mu_{\perp}|H|^2 + \frac{1}{2}\underbrace{(\mu_{//} - \mu_{\perp})}_{\Delta\mu}(\hat{n} \cdot \vec{H})^2 \quad (3.26)$$

donde el primer y segundo término indican la densidad de energía asociada a la parte isótropa y anisótropa

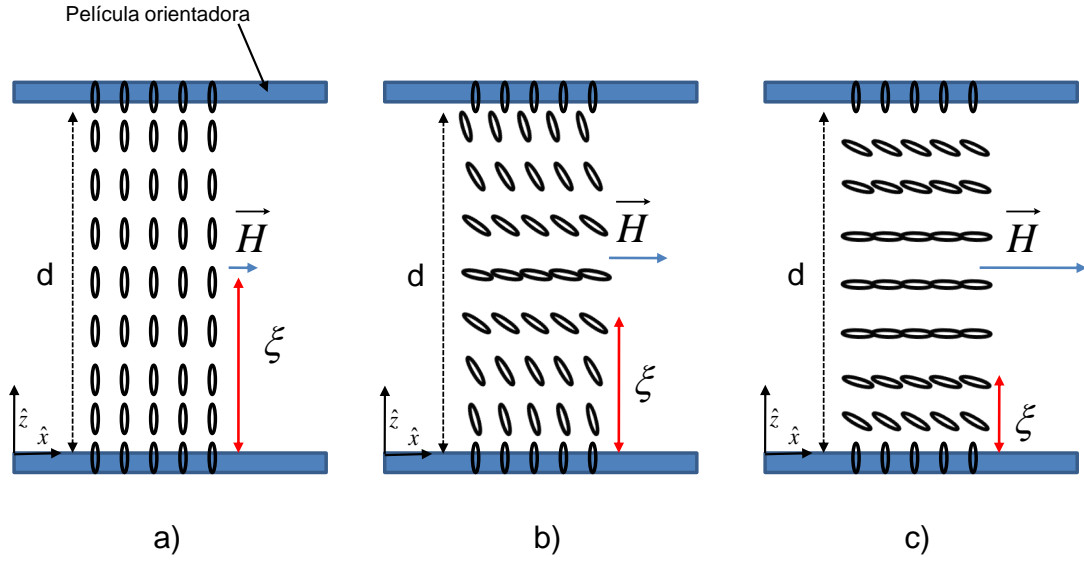


Figura 3.5: Orientación molecular de un cristal líquido ante diferentes valores de campo magnético de excitación a) $\vec{H} < \vec{H}_{th}$ b) $\vec{H} = 2\vec{H}_{th}$ c) $\vec{H} = 4\vec{H}_{th}$

del tensor permeabilidad magnética respectivamente.

En situación de equilibrio molecular, donde las moléculas no están sujetas a movimiento, la densidad volumétrica de energía en el sistema se escribiría como:

$$g = g_v - g_m \quad (3.27)$$

siendo g_m negativa al tratarse de una fuente externa al sistema.

Dado que el campo magnético está polarizado en \hat{x} , la geometría del problema impone que el director será invariante en la dirección \hat{y} , por lo que en este caso, de forma general, podemos escribir éste como:

$$n_x(z) = \sin(\theta(z)) \quad (3.28)$$

$$n_y(z) = 0$$

$$n_z(z) = \cos(\theta(z))$$

siendo $\theta(z)$ el ángulo que forma el director con el eje z a lo largo de todo el material.

Introduciendo las expresiones 3.28 en la ecuación 3.25, se llega a que la densidad volumétrica de energía total es:

$$g_v(z) = \frac{1}{2} (k_{11} \sin^2(\theta(z)) + k_{33} \cos^2(\theta(z))) \left(\frac{\partial \theta(z)}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{2} \Delta \mu |H|^2 \sin^2(\theta(z)) - \frac{1}{2} \mu_{\perp} |H|^2 \quad (3.29)$$

Integrando en la variable z , se obtiene la densidad de energía por unidad de área como:

$$\sigma = \int_{-d/2}^{d/2} g_v(z) dz \quad (3.30)$$

Usualmente, como simplificación matemática con el fin de encontrar soluciones analíticas al problema, se suele tomar $k_{11} = k_{33} = k$; en ese caso, la expresión anterior se reduciría a:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{k}{\xi^2} \int_{-d/2}^{d/2} \left(\xi^2 \left(\frac{\partial \theta(z)}{\partial z} \right)^2 - \sin^2(\theta(z)) - \frac{\mu_{\perp}}{\Delta \mu} \right) dz \quad (3.31)$$

donde

$$\xi = \sqrt{\frac{k}{\Delta \mu |H|^2}} \quad (3.32)$$

es el parámetro llamado longitud de coherencia magnética.

Llegados a este punto, nos encontraríamos ante un problema variacional en el que habría que minimizar σ , satisfaciendo las condiciones de contorno del problema:

$$\begin{aligned} \theta(z=0) &= 0 \\ \theta(z=d) &= 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

El problema variacional (Euler-Lagrange [75]) nos conduce a la ecuación:

$$\xi^2 \frac{\partial^2 \theta(z)}{\partial z^2} + \sin(\theta(z)) \cos(\theta(z)) = 0 \quad (3.34)$$

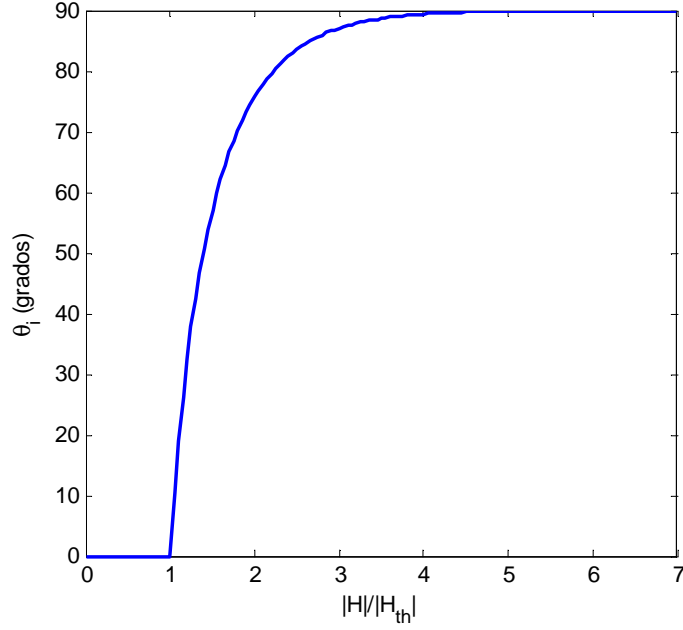


Figura 3.6: Valor angular de máxima variación del director para excitación con \vec{H}

cuya solución que satisface las condiciones de contorno 3.33 es:

$$\theta(z) = \theta_i \sin\left(\frac{z\pi}{d}\right) \quad (3.35)$$

con θ_i que cumple

$$\frac{d}{2} = \xi K(\sin(\theta_i)) \quad \text{con} \quad |H| > H_{th} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{H_{th}}{|H|} K(\sin(\theta_i)) \quad (3.36)$$

siendo

$$H_{th} = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{k}{\Delta\mu}} \quad (3.37)$$

y donde K denota la integral completa elíptica de primer orden. En la figura 3.6 se muestra el valor de θ_i en función de la magnitud de campo de excitación.

El parámetro H_{th} corresponde con un valor de campo magnético a partir del cual la solución 3.35 se hace estable. Para valores de $|H|$ menores o iguales a H_{th} , la solución 3.35 es inestable, siendo la solución trivial $\theta(z) = 0$ la única posible que satisface las condiciones de contorno. Desde un punto de vista físico, H_{th} estaría asociado al valor mínimo de energía que hay que aportar en la estructura para que

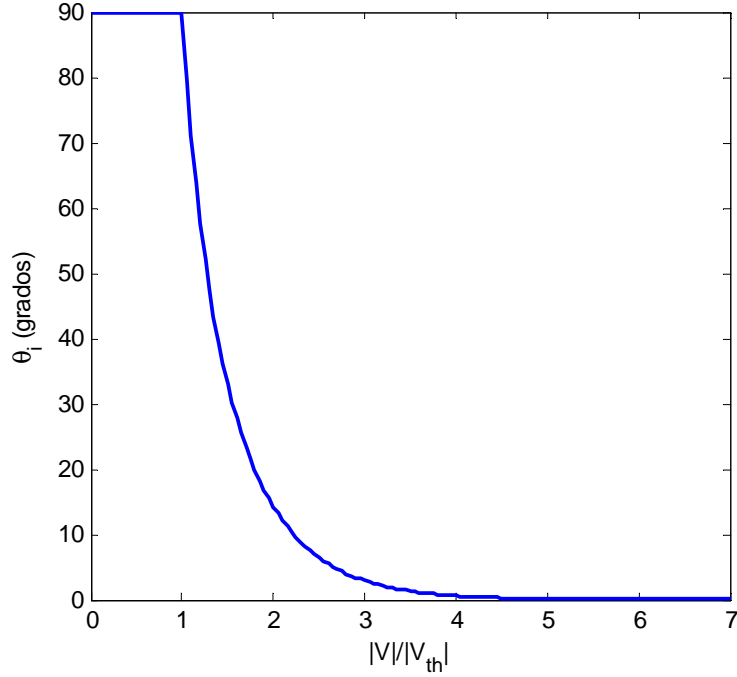


Figura 3.7: Valor angular de máxima variación del director para excitación con \vec{E} en función de la diferencia de potencial entre superficies separadoras

las moléculas empiecen a reorientarse; una vez sobrepasado el umbral, las moléculas tienden a orientarse hacia la dirección del campo conforme se aumenta la intensidad de éste (Fig. 3.5 b,c). Como puede comprobarse, se consigue la máxima variación del director (orientación en la dirección de excitación) cuando $|H| \simeq 5H_{th}$.

3.5.2. Orientación bajo una excitación con campo eléctrico estático (Efecto Freéderiks)

Otro problema a resolver correspondería con el mostrado en la figura 3.8, donde la excitación del cristal líquido corre a cargo de un campo eléctrico $\vec{E} = E \cdot \hat{z}$, con una orientación de las moléculas en las superficies (condiciones de contorno) de $\theta(z = 0, d) = 90^\circ$. La resolución de este problema es dual a la obtenida en el apartado 3.5.1.

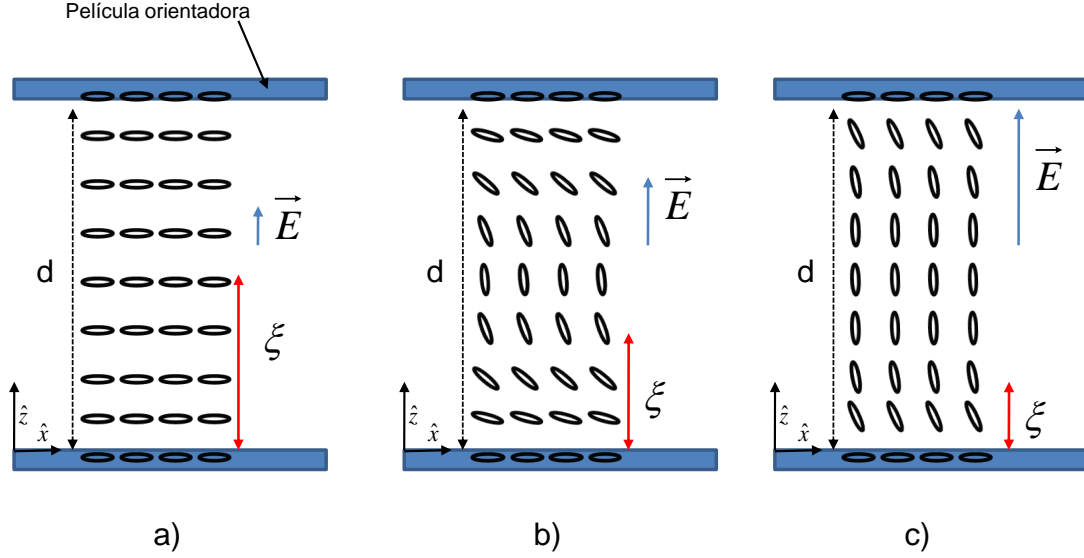


Figura 3.8: Orientación molecular de un cristal líquido ante diferentes valores de campo eléctrico de excitación a) $\vec{E} < \vec{E}_{th}$ b) $\vec{E} = 2\vec{E}_{th}$ c) $\vec{E} = 4\vec{E}_{th}$

Dado que la densidad de energía eléctrica almacenada por el campo eléctrico se escribe como

$$g_e = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{\epsilon} \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon_{\perp} |E|^2 + \frac{1}{2} \underbrace{(\epsilon_{//} - \epsilon_{\perp})}_{\Delta\epsilon} (\hat{n} \cdot \vec{E})^2 \quad (3.38)$$

resulta factible llegar a que el valor del umbral de campo eléctrico (o diferencia de potencial) a partir del cual comienza a haber reorientación molecular sería

$$E_{th} = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{k}{\Delta\epsilon}} \quad \xRightarrow{\text{entre placas paralelas}} \quad V_{th} = E_{th} d = \pi \sqrt{\frac{k}{\Delta\epsilon}} \quad (3.39)$$

En este caso, el valor de θ_i en función de la tensión de excitación se representa en la figura 3.7. Como puede comprobarse, se consigue la máxima variación del director (orientación en la dirección de excitación) cuando $V \simeq 5V_{th}$ V (Fig. 3.8), obteniéndose el tensor permitividad eléctrica dado por la expresión 3.9.

Aunque formalmente sea factible la excitación a través de un campo eléctrico o magnético, existe una diferencia esencial entre ambas desde un punto de vista práctico debido a los valores característicos de

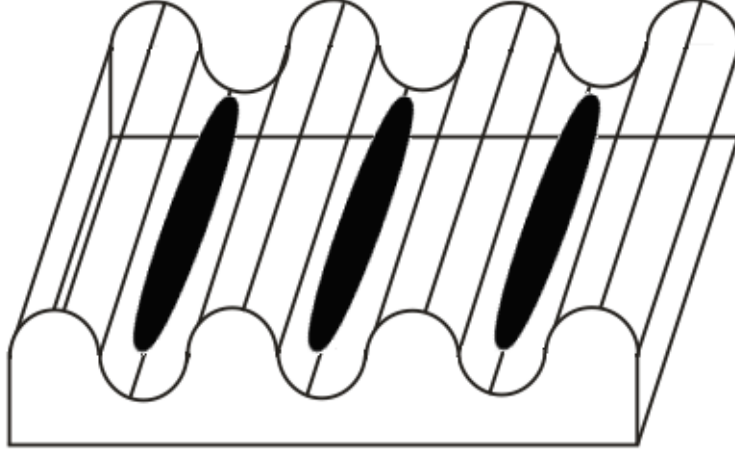


Figura 3.9: Geometría de un polímero con corrugaciones empleado para orientar las moléculas de cristal líquido de forma planar

$\Delta\varepsilon$ y $\Delta\mu$ para un determinado cristal líquido. Si como ejemplo admitimos unos valores típicos para las constantes elásticas y la birrefringencia ($k = 3,5 \cdot 10^{-7}$ dynes, $\Delta\varepsilon_r = 0,5 \Rightarrow \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 \Delta\varepsilon_r$, $\Delta\mu_r = 0,008 \Rightarrow \Delta\mu = \mu_0 \Delta\mu_r$), y una separación de $d = 100 \mu m$, la excitación mediante campo magnético implicaría una amplitud de campo umbral de $B_{th} = 0,44$ Teslas, cuya generación resulta muy costosa. Sin embargo, para esos mismos valores, sería necesario un voltaje de $V_{th} = 5 V$ entre superficies separadoras, el cual es fácilmente implementable para una estructura como la de la figura 3.8, mediante la incorporación de dos electrodos planos en las superficies formando la estructura típica de un condensador. No obstante, cuando se pretende excitar un cristal líquido mediante un campo eléctrico, hay que tener especial cuidado en que el espesor no imponga entre los electrodos un campo eléctrico mayor que el de ruptura del material en el estado de máxima variación del director.

3.5.3. Orientación molecular mediante características de superficie

Hasta ahora, se han resuelto los problemas de respuesta de un cristal líquido ante una excitación externa de tipo eléctrica o magnética, admitiendo ciertas condiciones de contorno (orientaciones moleculares) en las superficies que lo limitaban con el fin de encontrar soluciones analíticas al problema. La cuestión que se plantea ahora es cómo se pueden imponer estas condiciones.

Físicamente, una determinada orientación molecular se puede imponer en las superficies aprovechando la propiedad que tienen las moléculas en un cristal líquido de orientarse de acuerdo a un patrón que imponga un determinado material con el que forme una interfaz. Cuando un cristal líquido en fase nemática entra en contacto con una estructura molecular en diferente fase (fase isotrópica, fases cristalinas, etc), se crea una interfaz donde la sustancia nematógena tiende a tomar las propiedades del material adjunto. Este fenómeno, llamado “surface anchoring” [76], permite imponer una determinada orientación molecular a efectos de superficie en el cristal líquido.

Para tener en cuenta este efecto matemáticamente en los problemas que hemos venido considerando, es necesario añadir un factor adicional a la densidad de energía, g_s , que de cuenta de la energía que se introduce en el sistema procedente del material adjunto. De esta forma, la expresión de la densidad de energía quedaría como:

$$g = \underbrace{g_v - g_m - g_e}_{vol} - \underbrace{g_s}_{sup} \quad (3.40)$$

y la energía del sistema se escribiría:

$$E = \iiint_V (g_v - g_m - g_e) dV - \iint_S g_s dS \quad (3.41)$$

El término de superficie es pequeño en comparación con lo que pueden aportar generalmente g_m o g_e , por lo que suele despreciarse en los cálculos (Apdos. 3.5.2, 3.5.1), considerándose sólo en las condiciones de contorno. Sin embargo, en ausencia de excitación (reposo), este término es el que impone la orientación molecular en el cristal líquido, ya que el torque elástico tenderá a compensarlo.

Los tipos de orientación molecular del cristal líquido que se pueden conseguir mediante efectos de superficie se clasifican en: homeotrópica, donde las moléculas en la superficie se orientan perpendicularmente a la misma; planar, donde las moléculas se orientan paralelamente a la misma; u oblicua, donde las moléculas (director) forman un determinado ángulo respecto a la normal a la superficie.

En cuanto las superficies adjuntas que permiten la orientación molecular del cristal líquido, existen varias estrategias de tratamiento para las mismas para conseguir tal fin [77]. La técnica más común para orientación planar es el frotado, que consiste en crear corrugaciones de dimensiones cercanas a las moléculas del cristal líquido (nano-corrugaciones) en la dirección de orientación deseada en un material

sensible al frotamiento, como puede ser una capa fina (300 nm) del polímero polyimide. Esas corrugaciones, junto con la interacción molecular entre el polímero y el cristal líquido, produce que las moléculas de este último tiendan a orientarse en la dirección que marca la corrugación (Fig. 3.9).

Otra técnica de tratamiento de superficie corresponde con el foto-alineamiento, que crea las nano-corrugaciones en la dirección deseada en un material fotosensible (foto-polímeros) mediante la aplicación de luz polarizada [78]. Esta técnica ofrece mejoras respecto al frotado, ya que al no ser una técnica de contacto, se eliminan impurezas y posibles daños mecánicos en la superficie, junto con la capacidad de adaptarse a geometrías que no sean planas.

3.6. Respuesta dinámica de un cristal líquido en fase nemática.

Tiempos de conmutación

Como se ya ha comentado, al aplicar una excitación al cristal líquido, se produce una reorientación en las moléculas hasta llegar a un estado de equilibrio molecular que lleva asociado una determinada dirección para el director. Sin embargo, desde el comienzo de la excitación, hasta que se llega a la estabilización molecular, existe una etapa transitoria debida al movimiento de las moléculas que resulta de interés conocer desde un punto de vista práctico, ya que es la que marca los tiempos de conmutación entre los estados del cristal líquido.

En el estado de equilibrio, la energía procedente de las fuentes se convierte íntegramente en energía elástica; fuera del mismo, existe una fuerza dinámica de naturaleza viscosa, originada por la fricción ejercida por el medio que hay sobre el director, cuando este último gira sobre un eje perpendicular a sí mismo. Si admitimos que el torque viscoso asociado a esa fuerza es proporcional a la velocidad angular del director, podemos escribir la densidad volumétrica de energía libre para éste como:

$$g_d = \gamma_1 \left(\hat{n} \times \frac{\partial \hat{n}}{\partial t} \right) \quad (3.42)$$

donde γ_1 es la llamada viscosidad rotacional, característica del cristal líquido, dependiente de parámetros como la temperatura, y cuya unidad en el sistema internacional es el $(Pa \cdot s)$.

Considerando de nuevo el problema de excitación mediante campo magnético estático (Fig. 3.5), la

densidad de energía en el sistema (obviando los términos de superficie) tomaría en este caso la forma:

$$g = g_v - g_m - g_d \quad (3.43)$$

Con un procedimiento similar emprendido en el apartado 3.5.1, el problema variacional nos conduciría a la ecuación:

$$\xi^2 \frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2} + \sin(\theta(z, t)) \cos(\theta(z, t)) + \gamma_1 \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.44)$$

cuya solución general se escribe como:

$$\theta(z, t) = \theta_i(t) \sin\left(\frac{z\pi}{d}\right) \quad (3.45)$$

con $\theta_i^2(t)$ que satisface

$$\theta_i^2(t) = \frac{\theta_i^2(\infty)}{1 + \left(\frac{\theta_i^2(\infty)}{\theta_i^2(0)} - 1\right) \cdot \underbrace{e^{-\frac{2\Delta\mu}{\gamma_1}(|H|^2 - H_{th}^2)t}}_{e^{-2\frac{t}{\tau_{on}}}}} \quad (3.46)$$

siendo

$$H_{th} = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{k}{\Delta\mu}} \quad (3.47)$$

y cumpliéndose que $\theta_i(\infty)$ (ángulo máximo en equilibrio o en régimen permanente) satisface

$$\frac{d}{2} = \xi K(\sin(\theta_i(\infty))) \quad \text{con} \quad |H| > H_{th} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{H_{th}}{|H|} K(\sin(\theta_i(\infty))) \quad (3.48)$$

El valor de $\theta_i(0) \simeq 0$ es el valor inicial de la orientación molecular en $z = 0$, que nunca se hace cero debido a imperfecciones en el material y a fluctuaciones térmicas, por lo que la expresión 3.46 carece de impropiedades. Como se puede comprobar, se puede definir el tiempo de transición “off-on” a partir de la constante de relajación temporal $\tau_{on}(H) = \frac{\gamma_1}{\Delta\mu(|H|^2 - |H_{th}|^2)}$, admitiendo que una vez pasado un número de veces τ_{on} , se llega al estado de equilibrio. En la figura 3.10 se muestra la variación temporal de la orientación molecular en el estado transitorio, deduciéndose que para valores $16\tau_{on}$, se puede asumir que se ha llegado al estado de equilibrio.

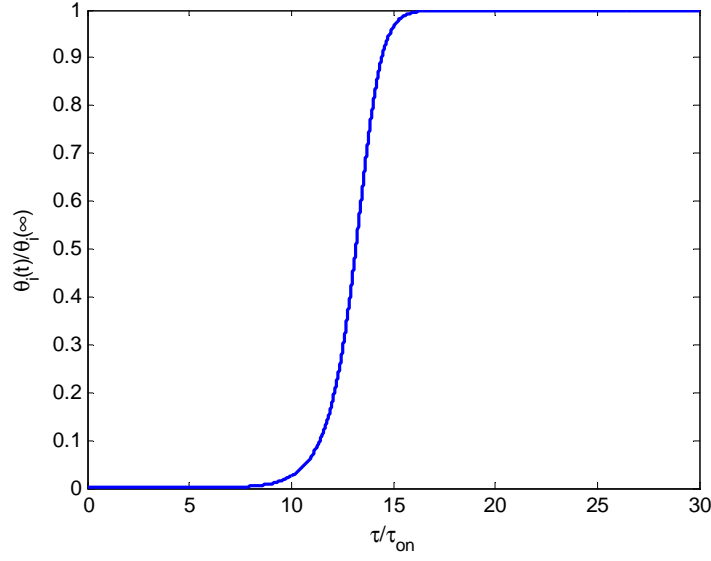


Figura 3.10: Variación temporal de la orientación molecular de un cristal líquido en el estado transitorio

Para excitaciones con campo eléctrico, es fácil llegar a que:

$$\tau_{on(E)} = \frac{\gamma_1}{\Delta\epsilon(|E|^2 - E_{th}^2)} \quad \xrightarrow[\text{entre placas paralelas}]{\Rightarrow} \quad \tau_{on(V)} = \frac{\gamma_1 d^2}{\Delta\epsilon(|V|^2 - V_{th}^2)} \quad (3.49)$$

Otro parámetro dinámico de interés es el tiempo de conmutación “on-off”, que corresponde con el tiempo que tardan las moléculas en llegar al estado de reposo (impuesto por la superficie) una vez se retira la excitación. En este caso, el problema dinámico a resolver es el contrario al de excitación, esto es, en $t = 0^-$ se dispone de una orientación dada por la excitación, y en $t = 0^+$ se produce el retiro de la misma. De esta forma, se llega al equilibrio cuando las moléculas quedan en el estado inicial de reposo bajo la ausencia de excitaciones, demostrándose que:

$$\tau_{off(H)} = \frac{\gamma_1}{\Delta\mu H_{th}^2} \quad (3.50)$$

y que

$$\tau_{off(E)} = \frac{\gamma_1}{\Delta\epsilon E_{th}^2} \Rightarrow \tau_{off(V)} = \frac{\gamma_1 d^2}{\Delta\epsilon V_{th}^2} \quad (3.51)$$

Como ejemplo, considerando unos valores de la tensión umbral, de la birrefringencia, y de la viscosidad

para el cristal líquido K15 ($V_{th} = 5 \text{ V}$, $\Delta\epsilon_r = 0,5$, $\gamma_1 = 0,2 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ [74]), para un valor de separación $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$, los tiempos de conmutación corresponderían con: $\tau_{off(V)} = 18 \text{ s}$, $\tau_{on(V)} = 0,5 \text{ s}$. Como se comprueba, la limitación en cuanto a régimen dinámico corre a cargo del tiempo “on-off”, ya que para una distancia entre superficies dada, $\tau_{on(V)}$ puede controlarse a través del valor de la excitación. El valor elevado del tiempo “on-off” puede impedir el correcto funcionamiento de dispositivos basados en cristales líquidos en determinado tipo de aplicaciones. Por ello, uno de los parámetros importantes a la hora de diseñar sistemas basados en cristales líquidos para este tipo de aplicaciones es el valor de la distancia entre las superficies soporte, d , ya que los tiempos de conmutación disminuyen de forma cuadrática conforme este parámetro se reduce. Por ello, en el caso particular de aplicación en microondas, el empleo de cristales líquidos es tanto más adecuado conforme la frecuencia aumenta, ya que la separación entre superficies en los dispositivos asociados tiende a disminuir.

3.7. Métodos de caracterización y propiedades de los cristales líquidos más comunes en microondas

Como ya se comentó en el capítulo 1, se ha propuesto el uso de los cristales líquidos para la elaboración de diferentes dispositivos en el campo de las microondas. Dichos dispositivos, suelen estar estructurados de forma que la reorientación molecular se configure a través de un campo electroestático o cuasi-estático intenso generado entre dos electrodos (polarización), que permite obtener una permitividad variable para una excitación de radiofrecuencia de menor intensidad (microondas, visible, etc). Este procedimiento es similar al que se realiza en componentes activos (diodo, transistor, etc) cuando éstos se polarizan para llegar a un punto de su respuesta donde se obtengan la características lineales adecuadas en pequeña señal. Una vez obtenida una determinada orientación molecular, la respuesta de esta última ante una excitación con variación temporal que polariza el material depende de la frecuencia.

De los estudios e implementaciones realizadas, han surgido diferentes técnicas de medición que han permitido la caracterización de los parámetros electromagnéticos de gran cantidad de ellos en diferentes bandas de frecuencias (Tabla 3.1). Un ejemplo lo encontramos en [79], donde se miden los parámetros permitividad eléctrica y permeabilidad magnética complejas $\epsilon_{//}$, ϵ_{\perp} , $\mu_{//}$, μ_{\perp} , de los cristales líquidos K15 y MDA-03-2838 en las frecuencias de 9 y 35 GHz a diferentes temperaturas, mediante el uso de

LC	$\varepsilon_{r//}$	$\varepsilon_{r\perp}$	$\Delta\varepsilon_r$	$tg\delta_{//}$	$tg\delta_{\perp}$
<i>K15</i> (1 GHz, T=26 ^o) [79, 46]	2.88	2.85	0.03	0.055	0.12
<i>K15</i> (f=9 GHz, T=26 ^o) [79, 46]	2.82	2.58	0.24	0.028	0.04
<i>MDA – 03 – 2838</i> (35 GHz, T=25 ^o C) [79]	3.1	2.22	0.88	0.005	0.012
<i>BL006</i> (35 GHz, T=25 ^o C) [81]	3.04	2.62	0.42	0.011	0.025
<i>MDA – 98 – 1602</i> (35 GHz)[58]	3.1	2.3	0.9	0.004	0.011
<i>BL037</i> (9.5 GHz) [56]	2.45	2.25	0.2	0.025	0.048
<i>BL037</i> (134 GHz) [83]	3.22	2.84	0.38	0.01	0.02

Cuadro 3.1: Propiedades eléctricas de los cristales líquidos más empleados en las bandas de microondas

la técnica de caracterización de la perturbación en cavidad [80], que consiste en el empleo de una cavidad en guía rectangular en cuyo interior se coloca un cilindro relleno del material bajo estudio, en su caso, el cristal líquido. Para obtener los parámetros de permitividad y permeabilidad en las dos direcciones deseadas, el cristal líquido se polariza mediante un campo magnético estático externo, generado en dos direcciones ortogonales (x e y) a las paredes de la guía, cada una de las cuales, permite obtener la configuración molecular que ofrece las parejas $(\varepsilon_{//}, \mu_{\perp})$ o $(\varepsilon_{\perp}, \mu_{//})$. En la cavidad, se excita el modo resonante TE_{102} , a partir del cual, se obtienen los valores deseados mediante una evaluación del factor de calidad de la guía rellena respecto a la vacía. Para obtener medidas estables respecto a la temperatura, además, se implementa un sistema de control térmico. De las medidas realizadas en [79], se deduce que $\Delta\mu_r$ es del orden de milésimas, por lo que la permeabilidad magnética de los cristales líquidos puede considerarse isotrópica a efectos prácticos. Basados en la misma técnica, en [81] se caracteriza el *BL006* a 35 GHz, y en [82] se miden diversas mezclas de cristal líquido a 30 GHz.

Otra forma de medición es la citada en [46], donde se miden los parámetros permitividad eléctrica compleja $\varepsilon_{//}$ y ε_{\perp} de los cristales líquidos *K15* y *MDA – 03 – 2838* en las bandas de 1 a 25 GHz a diferentes temperaturas, mediante el uso de una línea de transmisión coaxial. El coaxial, relleno con el cristal líquido, es excitado mediante una diferencia de potencial DC entre sus conductores a través de un analizador vectorial de redes (AVR), que impone un campo uniforme $\vec{E} = E_p \hat{p}$ en el volumen. Esta distribución de campo, permite obtener un valor preciso de los parámetros $\varepsilon_{//}$ y μ_{\perp} a través de la medida de la impedancia y de la constante de propagación de la línea, ya que todas las moléculas del cristal líquido se orientan radialmente en la dirección del campo eléctrico. Para medir los otros parámetros, ε_{\perp} y $\mu_{//}$, se emplea una excitación externa con campo magnético estático uniforme (0,5 T), que orienta las moléculas del cristal líquido en la misma dirección en toda la estructura coaxial. Posteriormente, se excita

una distribución radial de campo de radiofrecuencia mediante el AVR, para la que el cristal líquido actúa como un medio isotrópico con birrefringencia nula, con unos valores de permitividad y permeabilidad ε_{iso} y μ_{iso} , ya que para este campo las moléculas en la geometría coaxial están distribuidas en todas las direcciones con igual probabilidad. Asumiendo que la permitividad y la permeabilidad es igual a la media de los valores $\varepsilon_{//}$ y ε_{\perp} ($\mu_{//}$ y μ_{\perp}) cuando la birrefringencia en la fase nemática es máxima ($\varepsilon_{iso} \simeq \frac{\varepsilon_{//} + \varepsilon_{\perp}}{2}$, $\mu_{iso} \simeq \frac{\mu_{//} + \mu_{\perp}}{2}$), esto es, orden de valor $S = 0,9$, se consiguen extraer todos los parámetros de la medida de los parámetros S. Respecto a la técnica de medida de perturbación en cavidad, esta estrategia tiene la ventaja de que sólo necesita polarización con un campo magnético en un estado; sin embargo, posee la desventaja de que los valores de ε_{\perp} y $\mu_{//}$ se aproximan a través de los isotrópicos. En [46], además, también se implementa un sistema asociado al coaxial de aislamiento térmico, compuesto por recipientes de almacenamiento de fluidos, que permite obtener estabilidad en las medidas realizadas respecto a la temperatura.

Otra técnica de interés para la caracterización de cristales líquidos es la descrita en [83], que corresponde con la medida de las características de transmisión y recepción de una superficie selectiva en frecuencia variable basada en el propio cristal líquido mediante un sistema de medición cuasi-óptico. Esta técnica, resulta útil para la medición a frecuencias superiores a 100 GHz, donde los sistemas anteriormente citados son difícilmente implementables debido a su tamaño.

De las medidas derivadas de las técnicas anteriores, se comprueba que un incremento de la birrefringencia lleva implícito una disminución de la dispersión del cristal líquido. Además, se observa que los valores de permitividad y la birrefringencia son elevadas en rangos de frecuencia próximos a la continua, y decrecen hasta que en el rango de los THz comienzan de nuevo a incrementarse. Sin embargo, dado que los datos de medidas de que se dispone son muy reducidos, y se limitan a muy pocos tipos de cristal líquido, esta afirmación no puede ser generalizada.

3.8. Resumen

Un cristal líquido es una sustancia cuya estructura molecular se encuentra en un estado intermedio entre los estados sólido cristalino y líquido, definida por un grado de orden orientacional elevado y un grado de orden posicional bajo, adquiriendo en consecuencia propiedades de ambos. De entre todas ellas, la propiedad que ha suscitado mayor interés en aplicaciones tecnológicas es la anisotropía dieléctrica,

debido a que el orden molecular en estas sustancias permite controlarla en función de una excitación externa, dando lugar, a efectos electromagnéticos, a un cambio de la constante dieléctrica del cristal líquido.

Para una composición molecular con geometría uniaxial, el tensor permitividad eléctrica del cristal líquido en la fase nemática, que da cuenta de su anisotropía, se puede definir a partir de dos parámetros de permitividad eléctrica: la permitividad $\varepsilon_{//}$, que es la que presenta el cristal en la dirección que marca el eje de las moléculas, y ε_{\perp} , que es la permitividad asociada a las dos direcciones perpendiculares al mismo. La diferencia entre estos parámetros, denominada birrefringencia, $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp}$, se relaciona a su vez con el grado de orden orientacional existente en el cristal líquido, y depende de parámetros como la frecuencia, la presión o la temperatura.

Para la estructura soporte más sencilla, formada por dos superficies planas separadas una cierta distancia entre las que se emplaza el cristal líquido, y en las que se impone una determinada orientación molecular debido a efectos de superficie, un estudio de la respuesta del cristal líquido ante una excitación externa con campo eléctrico o magnético estático polarizado en una dirección, permite deducir la existencia de un valor umbral para éstos (E_{th} , H_{th}) a partir del cual, el vector director del cristal líquido (dirección del eje molecular) varía hacia la dirección que marca la excitación. Esto es debido a un proceso de transformación de energía eléctrica (magnética) en energía elástica, produciéndose una deformación del material. El cambio de orientación molecular respecto a un sistema coordenado implica una variación de la constante dieléctrica del cristal líquido respecto a éste, proporcionando así la propiedad de sintonía en la constante dieléctrica, útil en multitud de aplicaciones tanto en el ámbito de la fotónica como en el de las microondas.

En muchas de estas aplicaciones, el comportamiento dinámico de los cristales líquidos también resulta de especial importancia, ya que puede limitar el funcionamiento de algunos tipos de sistemas. Del estudio de su régimen dinámico, se deduce la dependencia de los tiempos de conmutación entre estados de permitividad, tanto de la composición del propio cristal líquido (constantes de elasticidad, viscosidad rotacional), como del valor de la excitación y de la distancia de separación entre las superficies soporte. Estos últimos parámetros son, desde el punto de vista de diseño, los únicos que permiten controlar los tiempos de conmutación, por lo que su valor implica ciertas restricciones de cara a la optimización de las estructuras basadas en cristales líquidos.

Para aplicaciones en el campo de las microondas, la caracterización de diversos tipos de cristales

líquidos en diferentes bandas de frecuencia deja patente la mejora de las características eléctricas de éstos conforme la frecuencia aumenta, algo que implica también de manera indirecta la mejora de las características dinámicas (tiempos de conmutación) de los dispositivos basados en ellos.

Capítulo 4

Diseño de elementos para reflectarrays reconfigurables basados en cristal líquido

4.1. Introducción

Una vez descrito el comportamiento físico de los cristales líquidos (Cap. 3), y las herramientas de análisis adecuadas que permiten analizar y diseñar una antena reflectarray (Cap. 2), este capítulo se centrará en el diseño de diferentes tipos de elementos desfasadores reconfigurables basados en cristal líquido. Para ello, basándonos en los modelos físicos descritos en el capítulo 3, en primer lugar se realizará un estudio del modelo adecuado que permita describir el comportamiento de los cristales líquidos desde el punto de vista electromagnético en las diferentes celdas que se proponen, discutiendo la validez de las aproximaciones que usualmente se asumen en el modelado. Seguidamente, como paso previo a la concepción de celdas que permitan superar las limitaciones ya mencionadas en cuanto a rango de fase, ancho de banda, pérdidas, o tiempos de conmutación, se procederá al diseño y evaluación de las prestaciones de una celda resonante simple en la banda entre 100 y 150 GHz de acuerdo al estado del arte, empleando un modelo comercial de cristal líquido. Los resultados obtenidos, servirán como comparativa para evaluar

las prestaciones de los elementos propuestos, que serán diseñados usando el mismo modelo de cristal y en la misma banda de frecuencias. Las estrategias de polarización más adecuadas para las diferentes celdas propuestas también son discutidas.

4.2. Modelado electromagnético de los elementos basados en cristal líquido

Usualmente, cuando se procede al análisis y diseño de un elemento de reflectarray basado en cristal líquido (Fig. 1.4 a), el modelado electromagnético de éste se efectúa considerando que, para cada tensión de excitación, el cristal líquido se comporta como un medio homogéneo e isótropo asociado a un valor escalar de permitividad eléctrica [79, 62]. En ese caso, cada valor de permitividad sintetiza, a cada frecuencia, un valor de desfase para el campo reflejado que puede ser calculado computacionalmente mediante cualquiera de los métodos comentados en el capítulo 2. Esta modelización, resulta válida si, tanto el campo cuasiestático de excitación del cristal líquido, como el de radiofrecuencia, se encuentran polarizados perpendicularmente a las superficies separadoras del cristal líquido. Sin embargo, dado que el parche no cubre toda la superficie del elemento, en ambas distribuciones de campo se encuentran presentes todas las componentes vectoriales. Esto produce, por una parte la inhomogeneidad del cristal líquido, y por la otra, que el efecto de la anisotropía se manifieste. De esta forma, la modelización (isotropía y homogeneidad) resulta ser una aproximación del comportamiento físico real de los cristales líquidos en la estructura, y por tanto, en ciertas ocasiones puede no ser suficiente para obtener resultados computacionalmente válidos. Por ello, resulta de interés evaluar los casos en los que no se puede asumir dicha aproximación, y en los que resulta necesario recurrir a un modelado más riguroso del cristal líquido.

4.2.1. Efecto de la anisotropía

Para evaluar el error que se comete en el cálculo de la respuesta en frecuencia en una celda periódica al no considerarse los efectos de la anisotropía del cristal líquido, en la figura 4.2 se han comparado las respuestas en amplitud y fase del elemento de la figura 4.1, para incidencia normal en los estados extremos y central de permitividad, considerando el cristal líquido como un medio tanto isótropo como anisótropo. El cristal líquido empleado a 100 GHz ha sido el MDA-98-1602, admitiendo que los valores de $\varepsilon_{//}$ y ε_{\perp} son

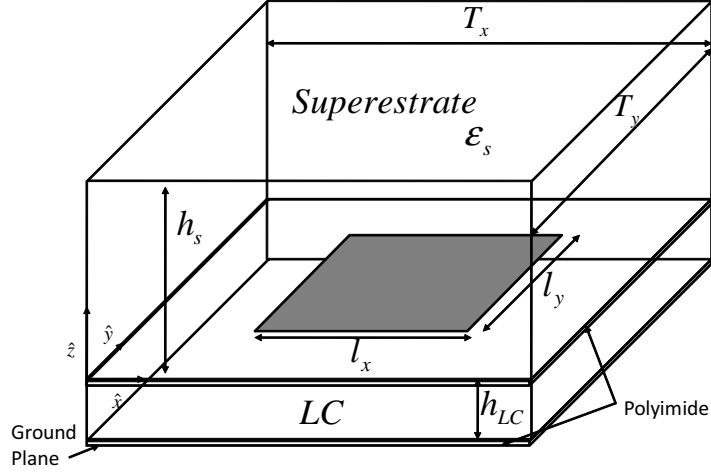


Figura 4.1: Elemento simple para reflectarray reconfigurable basado en LC

iguales a los medidos a 35 GHz (Tab. 3.1), y suponiendo que las películas de polyimide imponen en el reposo una orientación molecular según la dirección \hat{x} . Así se obtienen los siguientes tensores permitividad en los dos estados extremos:

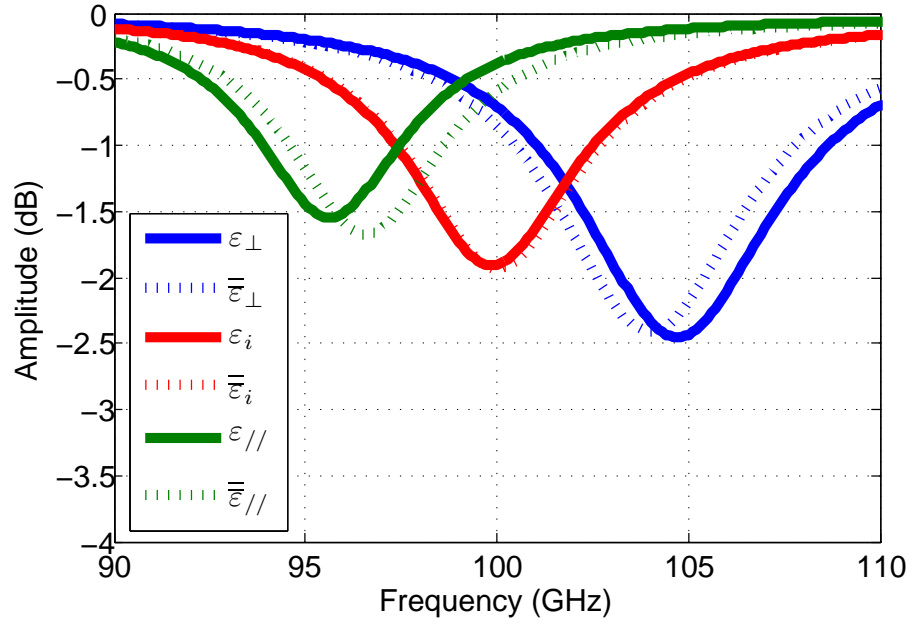
$$\bar{\bar{\epsilon}}_{off}(V = 0) = \begin{pmatrix} \epsilon_{//} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\perp} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

$$\bar{\bar{\epsilon}}_{off}(V \gg V_{th}) = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{//} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

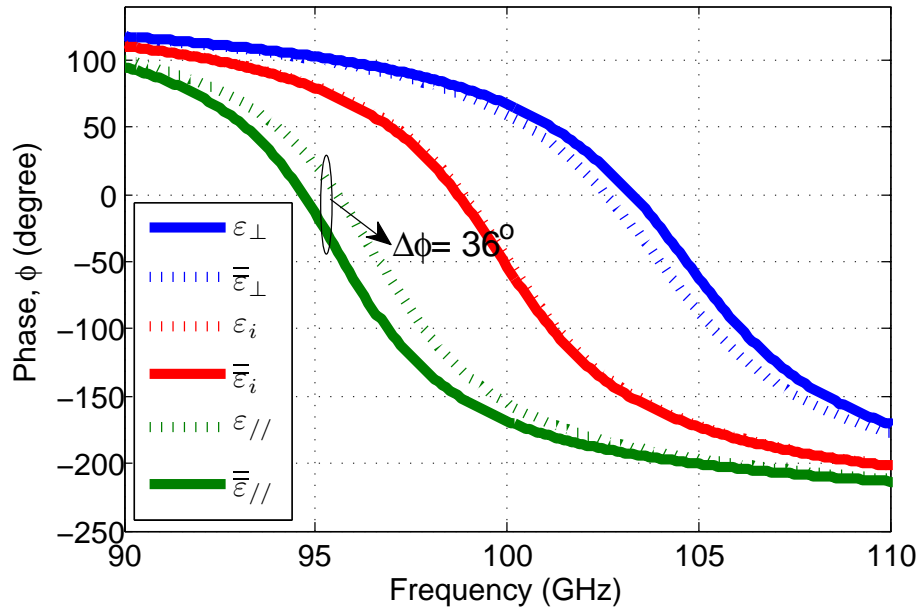
La permitividad en los estados intermedios se obtiene a partir de la expresión 3.10. De esta forma, para el estado intermedio cuyo director corresponde con $\hat{n} = \frac{\hat{x} + \hat{z}}{\sqrt{2}}$, el tensor tomaría el valor:

$$\bar{\bar{\epsilon}}_i(V > V_{th}) = \begin{pmatrix} \frac{\Delta\epsilon}{2} + \epsilon_{\perp} & 0 & \frac{\Delta\epsilon}{2} \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ \frac{\Delta\epsilon}{2} & 0 & \frac{\Delta\epsilon}{2} + \epsilon_{\perp} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

que sintetiza el valor central de permitividad para la componente ϵ_{zz} .



(a)



(b)

Figura 4.2: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad, considerando tanto la isotropía como la anisotropía.

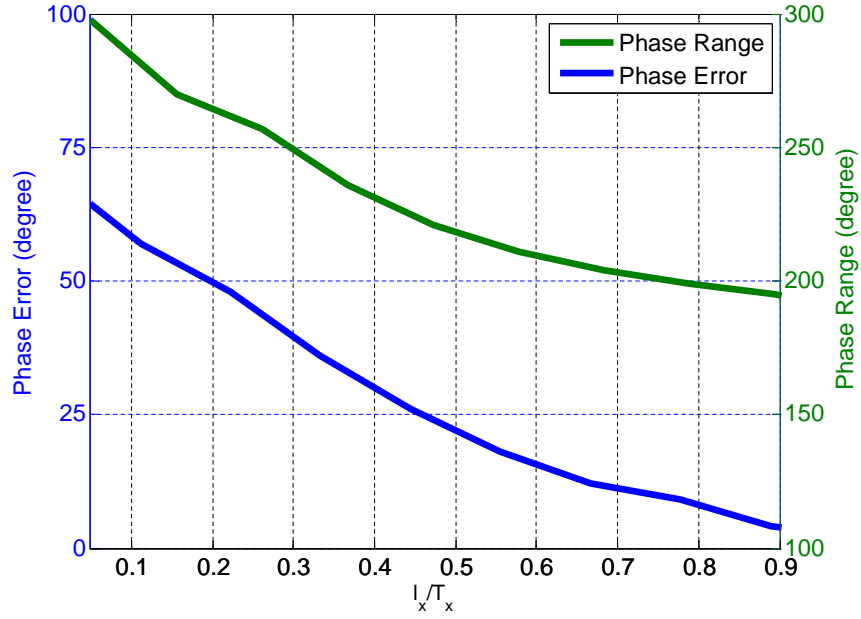


Figura 4.3: Error máximo cometido para diferentes anchuras del parche, junto con el rango de fase sintetizado, cuando la anisotropía no se considera en el modelado del elemento.

Como sustrato, se ha empleado un tipo de vidrio de constante dieléctrica $\varepsilon_s = 4,5$ y $tg\delta = 5 \cdot 10^{-3}$, mientras que las dimensiones utilizadas para el parche (supuesto centrado y con conductividad infinita) y los dieléctricos han sido: $T_y = 1 \text{ mm}$, $T_x = 0,4 \text{ mm}$, $l_y = 0,76 \text{ mm}$, $l_x = 0,15 \text{ mm}$, $h_{LC} = 0,04 \text{ mm}$, $h_s = 0,15 \text{ mm}$. Como se comprueba, cuando se considera la anisotropía, se produce un incremento de la frecuencia de resonancia para los estados de permitividad menores al central, y un decrecimiento de ésta para los estados superiores al mismo. Esto produce un error en el cálculo de la fase campo reflejado, que se hace máximo en los estados extremos, y que va disminuyendo conforme el valor de la permitividad tiende a la del estado central debido a que en éste, los valores de la diagonal principal del tensor se hacen muy similares. Se produce un error máximo de 35 grados asociado al estado de mayor permitividad, que es directamente proporcional al valor de la birrefringencia del cristal líquido, debido a que una mayor birrefringencia hace que cada componente esté sujeta a valores más distintos de permitividad, e inversamente proporcional al factor de calidad Q del resonador, ya que un valor cada vez menor de Q implica curvas de resonancia más abruptas. En la figura 4.3 se presenta una evaluación del error máximo cometido para una metalización rectangular y diferentes valores de l_x , junto con el rango

de fase asociado entre estados extremos. El parámetro l_x se ha variado con el fin de obtener diferentes valores del Q cargado para una misma polarización del campo incidente. Como se comprueba, el error al no considerarse la anisotropía se hace cada vez mayor conforme los parches rectangulares tienden a la estructura tipo dipolo.

El hecho de que se produzca un error en el cálculo de la respuesta en frecuencia del elemento provoca un diseño incorrecto de la antena, ya que éste no se produce de forma constante en todos los elementos del reflectarray. Sin embargo, el impacto de esos errores de diseño depende de la aplicación concreta para la cual se sintetice la antena, ya que por ejemplo en aplicaciones donde se admiten discretizaciones de fase de 1 bit, resultan admisibles errores de fase de hasta $\pm 90^\circ$ que superan los cometidos por la aproximación de isotropía. En esos casos, desde un punto de vista computacional, resulta más adecuado admitir dicha aproximación, ya que implica un menor tiempo de procesamiento computacional en el análisis y diseño de la antena.

4.2.2. Efecto de la inhomogeneidad

Otra fuente de error habitual en el cálculo de la respuesta en frecuencia es la asociada a la consideración de homogeneidad del medio. La inhomogeneidad en el cristal líquido en una celda depende de la orientación de las moléculas en todo su volumen, que a su vez, depende de la distribución de campo electrostático o cuasiestático de excitación aplicado en el mismo. En entorno periódico, esa distribución depende tanto del voltaje aplicado (estado de permitividad), como de la separación entre parches. Si esa separación es suficientemente elevada, los acoplos capacitivos entre elementos son muy pequeños, y por lo tanto, el campo electrostático en la celda tiende a tomar una distribución de amplitud decreciente hacia los límites de la misma. En ese caso, para cualquier estado, la distribución de permitividad en el volumen de cristal líquido tendería al valor $\bar{\epsilon}_\perp$ hacia los límites de la celda. Por el contrario, si la separación es pequeña, los acoplos capacitivos entre elementos son elevados, haciendo que para conseguir cumplir las condiciones de contorno en los límites del periodo, el campo tienda a tomar una distribución uniforme en todo el volumen. En ese caso, la aproximación de homogeneidad resultaría válida, y cualquier método de los comentados en el capítulo 2 que admita un análisis tensorial del medio sería válido para el análisis riguroso de cualquier estado. Sin embargo, en la práctica, cada elemento que forma un reflectarray basado en cristal líquido tiene aplicada una tensión diferente con el fin de sintetizar en la superficie de la antena

el desfase correspondiente para generar un cierto diagrama de radiación. Como consecuencia, el campo electroestático en un determinado elemento depende tanto del voltaje aplicado en el mismo, como del voltaje aplicado en las celdas vecinas, produciendo así la inhomogeneidad variable del material a lo largo de toda la superficie del reflectarray que, a su vez, causa un error incontrolable en el diseño de la antena, especialmente elevado si las tensiones aplicadas entre vecinos no son similares. De esta forma, cuando se procede al diseño de una celda desfasadora para reflectarray basada en cristal líquido, hay que tener en consideración tanto el diseño en radiofrecuencia, como en continua, de igual forma a como sucede en dispositivos de microondas que integran componentes activos.

Para reducir los acoplos capacitivos entre elementos, los parches deben estar suficientemente separados en la superficie del reflectarray. Teniendo en cuenta que el elemento reconfigurable mostrado en la figura 4.1 sólo puede trabajar para polarización lineal, el empleo de metalizaciones tipo dipolo resulta más adecuado que el de parches rectangulares. Este tipo de elemento, además de reducir los acoplos capacitivos, proporciona más rango de fase (ver figura 4.3), junto con el hecho de que puede ser usado para configurar estructuras multi-resonantes que mejoren las prestaciones del elemento.

Si se consideran metalizaciones tipo dipolo, resulta necesario evaluar los efectos que se producen en la respuesta en frecuencia del elemento como consecuencia de la inhomogeneidad inherente en el cristal líquido cuando éste se polariza. Para ello, se ha tomado la misma celda que en el apartado anterior, y se han comparado las respuestas en frecuencia obtenidas para los casos en los que se considera tanto la inhomogeneidad como la aproximación de homogeneidad. Para modelar la inhomogeneidad, se ha calculado el campo electroestático en la celda, mediante el cual, se ha obtenido la orientación molecular en el cristal líquido de acuerdo con el modelo de moléculas rígidas comentado en el capítulo 3. Dado que ese modelo supone que el campo electroestático de excitación es uniforme y está polarizado linealmente en dirección ortogonal a las superficies orientadoras, $\theta = 90^\circ$ (ver figura 3.7), resulta necesario dividir el volumen de cristal líquido en secciones donde el campo pueda ser considerado uniforme. En esas secciones, se define un sistema coordenado local con el eje z en la dirección del campo eléctrico, para el cual, se obtiene la dirección de orientación de las moléculas en función de la amplitud. Una vez obtenida la orientación molecular local en cada región, mediante una transformación de coordenadas, se obtiene la orientación respecto al sistema coordenado global, para, finalmente, llegar a la distribución de permitividades a partir de la expresión 3.10.

Para simplificar el modelado, se ha considerado que la inhomogeneidad es invariante en la dirección

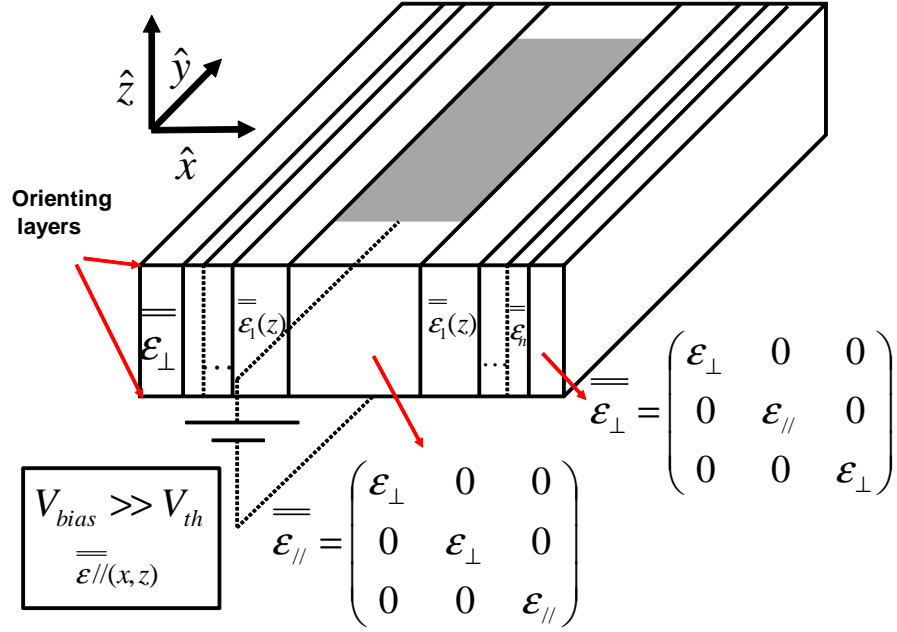


Figura 4.4: Modelado estructural para la celda unidad considerando tanto la inhomogeneidad como la anisotropía.

”y”, lo que supone una buena aproximación debido a la geometría del dipolo y la simetría de la celda. De esta forma, la distribución de permitividades del elemento toma la forma mostrada en la figura 4.4. Hay que destacar, que en el procedimiento de caracterización descrito anteriormente se ha asumido que un determinado valor de excitación, siempre que éste sea uniforme, lleva consigo una orientación molecular también uniforme dada por el comportamiento que se muestra en la figura 3.8. Sin embargo, hay que recordar que el ángulo representado en dicha figura representa la máxima excursión angular en las moléculas del cristal líquido (ver figura 3.8 y ecuación 3.35), el cual es, de forma inherente, inhomogeneo en la variable “z” debido a la necesidad del cumplimiento de las condiciones de contorno de orientación molecular en las películas orientadoras de polyimide. Esta asunción resulta tanto mejor, conforme el estado a analizar esté más próximo al de máxima permitividad, para el cual, la inhomogeneidad sólo se produce muy cerca de las películas de polyimide. Sin embargo, en los estados intermedios este efecto puede producir también errores en fase, por lo que en algunos casos habría que tenerlo en cuenta.

La figura 4.5 muestra la distribución de campo electrostático para el estado de máxima permitividad ($V = 4V_{th}$) en una sección ($y=cte$) de la celda considerada. Como puede verse, en la región bajo el dipolo (R3), se puede asumir un campo uniforme que sintetiza la permitividad pretendida, $\bar{\epsilon}_{\parallel}$. Junto

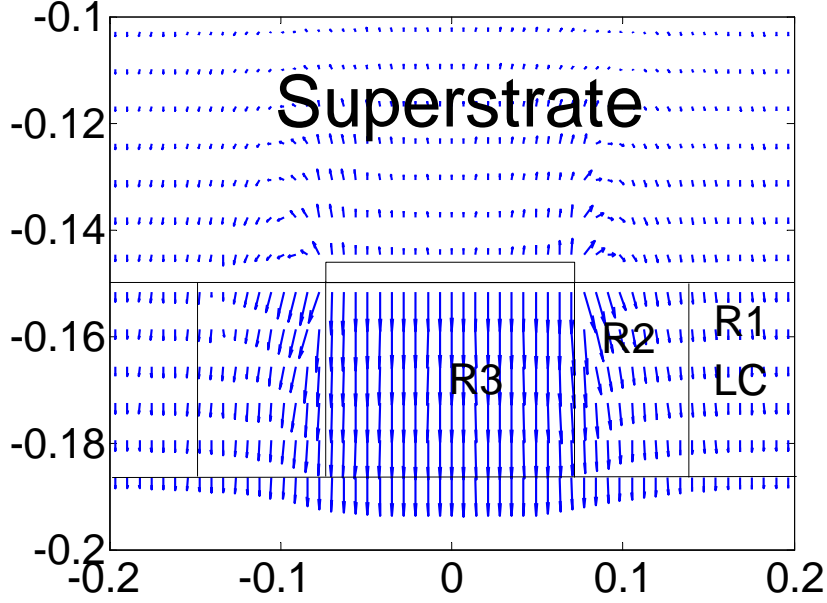


Figura 4.5: Campo electroestático en la celda unidad para el máximo estado de permitividad.

con la región (R3), existe una región donde el campo no supera el umbral de Frederiks (R1), para la cual, la permitividad vale $\bar{\epsilon}_{\perp}$, y una región intermedia (R2), para la que la permitividad toma un valor intermedio que se calcula siguiendo el procedimiento descrito anteriormente. Dicha región, se ha dividido en un número N de secciones, a su vez subdivididas en dos subregiones en la variable coordenada "z", para las que se puede asumir uniformidad en el campo.

Para determinar el número de regiones necesarias para garantizar la convergencia de los resultados, se ha definido el parametro de error:

$$E(N) = \frac{|\phi(N) - \phi(N = 16)|}{|\phi(N = 16)|} \cdot 100$$

donde $\phi(N)$ es la fase del coeficiente de reflexión en la frecuencia de resonancia del elemento, y donde $N = 16$ se ha tomado como referencia, considerándose por lo tanto como el número de regiones convergente 4.8 para el cual el error se hace nulo. La figura 4.6 representa el error en función del número de secciones. Considerando que la convergencia de los resultados se consigue cuando el error es menor del 5 %, el número de secciones $N = 4$ resultaría válido . Para éste, las figuras 4.7 y 4.8 representan, respecti-

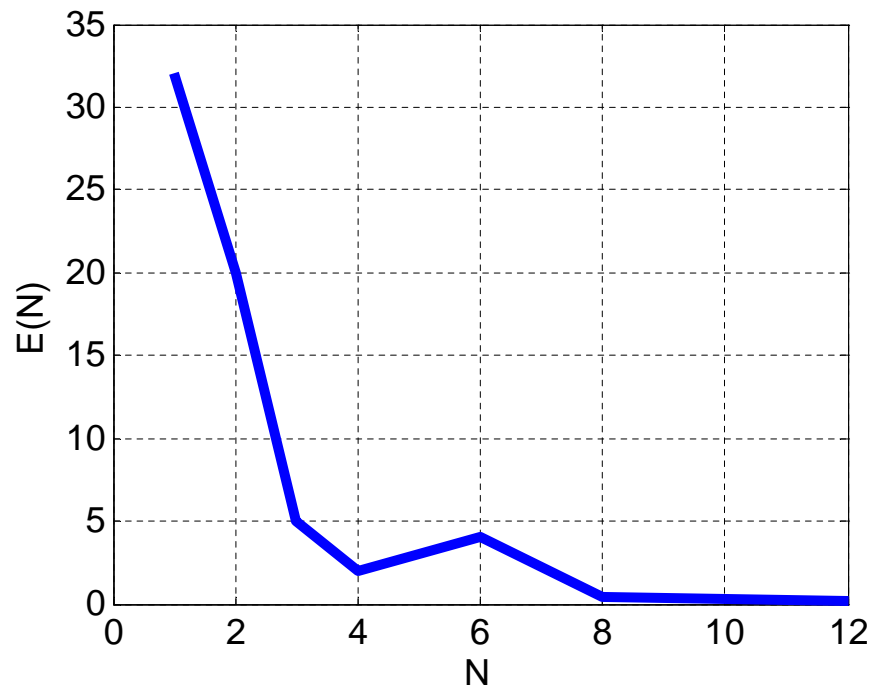


Figura 4.6: Error en función del número de divisiones, N , para determinar la convergencia de la respuesta en frecuencia considerando la inhomogeneidad.

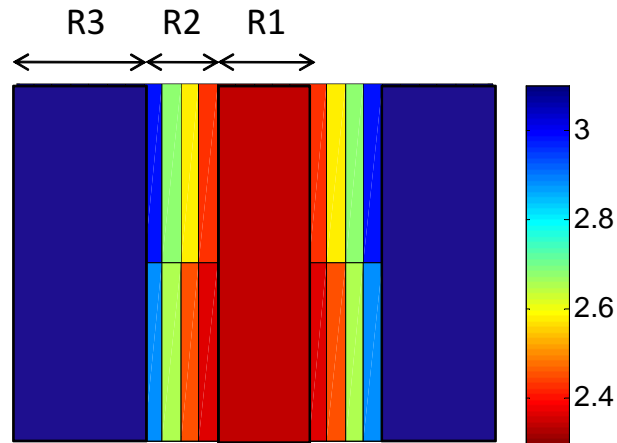


Figura 4.7: Distribución de permitividad en la capa de cristal líquido en el caso de $N=4$ para la componente zz del tensor.

vamente, la distribución de permitividades para la componente ε_{zz} y las respuesta en frecuencia obtenidas comparando los casos de inhomogeneidad y homogeneidad. Como se comprueba, el error cometido cuando la inhomogeneidad no se considera decrece conforme el valor de la permitividad sintetizada tiende al del reposo ($\bar{\varepsilon}_{\perp}$), obteniéndose un error máximo en el estado de máxima permitividad, que en nuestro caso toma el valor de 23%, y que también decrece conforme el parche es más ancho.

Aunque este tipo de error es menor que el asociado a la anisotropía, éste usualmente tampoco puede ser despreciado. Sin embargo, al contrario de lo que sucede en el caso de la anisotropía, la inhomogeneidad puede ser eliminada si los cristales líquidos se polarizan con electrodos que cubren la superficie del elemento, usando materiales que se comportan como metales en baja frecuencia, y que son transparentes en RF, como puede ser el ITO (“Indium-Tin Oxide”).

Los efectos de la anisotropía y de la inhomogeneidad deben ser considerados a la hora del análisis y diseño de un elemento con el fin de obtener resultados convergentes con las medidas. Sin embargo, cuando se procede al diseño de un elemento para que proporcione buenas prestaciones en banda, rango de fase o pérdidas, se requiere el uso de bucles de optimización que requieren que el análisis electromagnético de la estructura sea lo más eficiente posible, y dado que el análisis de una celda considerando esos efectos son por lo general poco eficientes, resulta recomendable realizar un diseño preliminar considerando la aproximación de homogeneidad e isotropía, para después proceder a un diseño de refinamiento de las respuestas obtenidas considerando los efectos reales.

4.3. Polarización de los cristales líquidos

4.3.1. Estrategias de polarización de cristales líquidos

4.3.1.1. Polarización de elementos en fase

Usualmente, la polarización de los cristales líquidos en cada uno de los elementos que forman una antena reflectarray se efectúa de forma que a cada elemento se le impone una tensión cuasiestática adecuada (V) que sintetice la fase objetivo requerida. Esta tensión, de igual fase en todos los elementos del reflectarray, varía entre un valor de pico $V_c = 0$ V, que está asociado al estado de reposo o de orientación molecular que marca el polyimide ($\bar{\varepsilon}_{\perp}$), y $V \geq 4V_{th}$ (Fig. 3.7), que sintetiza el estado de máxima permitividad ($\bar{\varepsilon}_{//}$), siendo V_{th} la tensión umbral que usualmente suele estar en torno a los 5

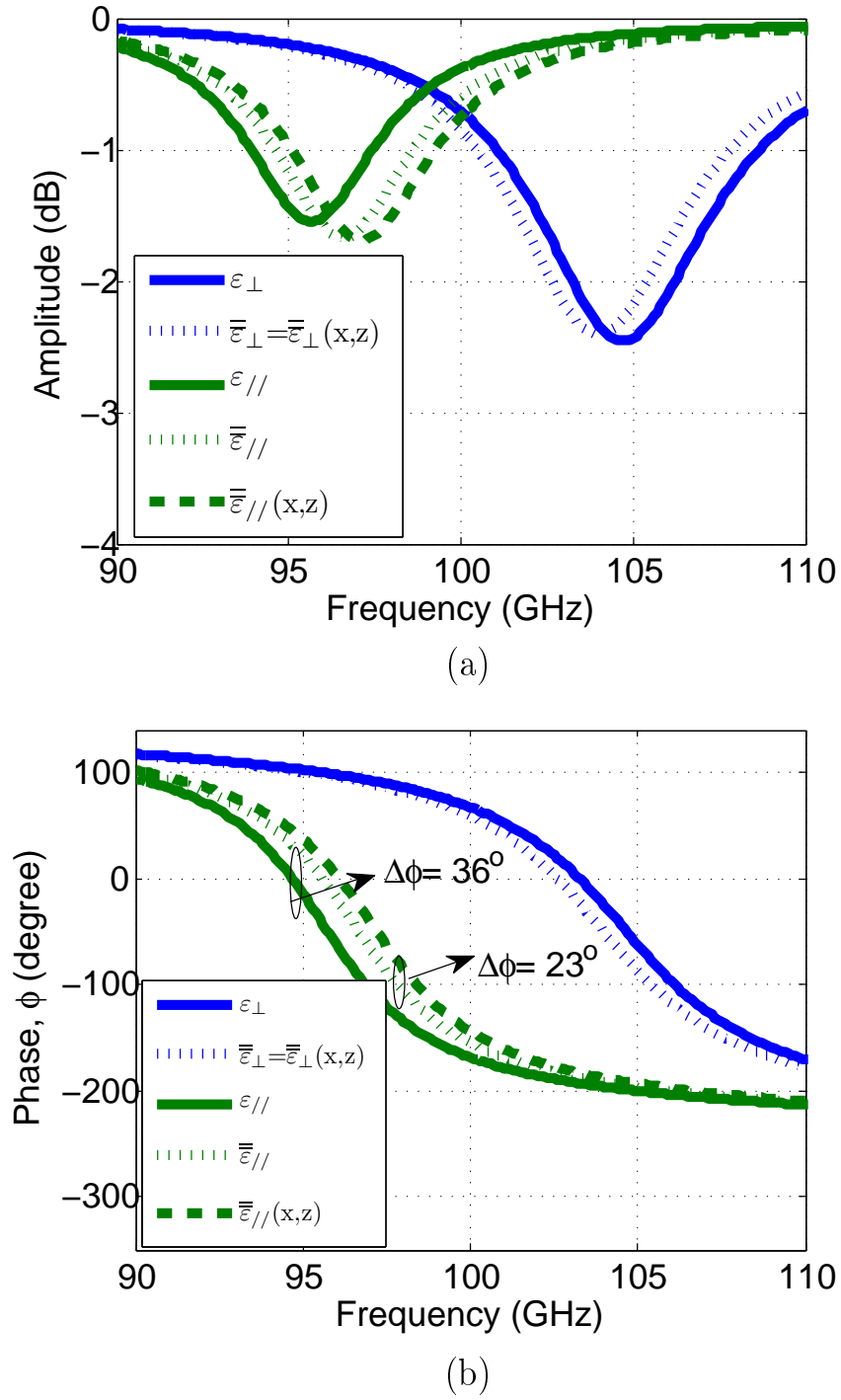


Figura 4.8: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad, considerando tanto la inhomogeneidad como la homogeneidad.

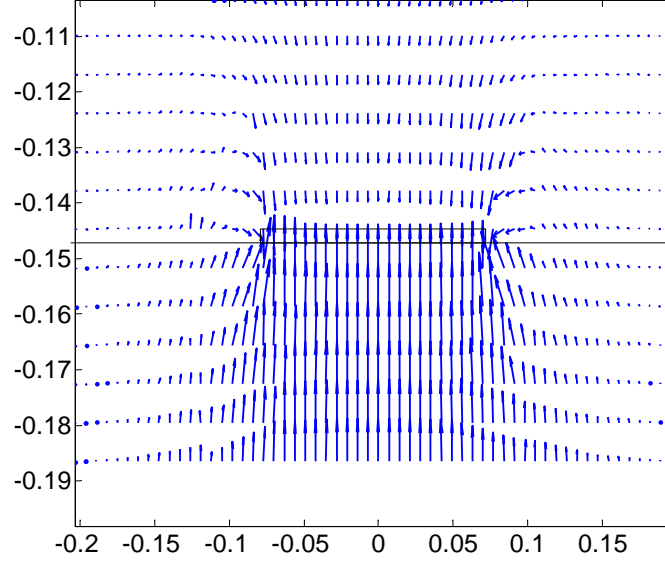


Figura 4.9: Campo electrostático en la celda unidad para el máximo estado de permitividad con estrategia de polarización en contrafase.

V en la mayoría de los cristales líquidos conocidos. En la práctica, se ha comprobado que el umbral de Fréederiks no suele ser el que limita la capacidad de conmutación del cristal líquido para excitaciones de frecuencia menor a 200 Hz, debido a que en esos casos, se generan rollos convectivos en el material como consecuencia del movimiento de los iones por la acción del campo [74]. Por ello, se suele emplear un tono sinusoidal de 1 kHz.

4.3.1.2. Polarización de elementos en contrafase

Como ya se comentó en el capítulo 3, una gran parte de los cristales líquidos más comunes en microondas están formados por moléculas en forma de varilla y sin polaridad, en los que las direcciones marcadas por el director \hat{n} y $-\hat{n}$ en el estado nemático son indistinguibles, y en los que por lo tanto, dos tensiones de excitación de continua, V y $-V$, o dos tensiones cuasiestáticas de valor de pico V en fase y en contrafase, proporcionan el mismo valor de permitividad. Esta propiedad resulta útil para la concepción de una nueva estrategia de polarización, que consiste en polarizar las celdas adyacentes en toda la superficie del reflectarray con tensiones de control en contrafase, tal y como se muestra en la figura 4.10.

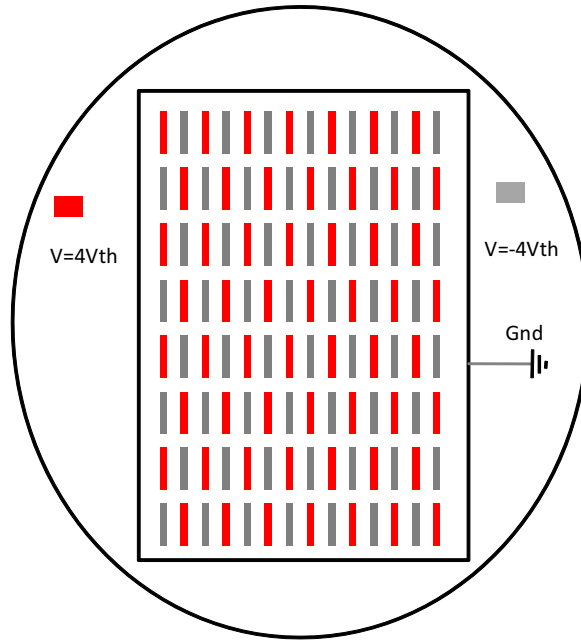


Figura 4.10: Polarización de elementos en contrafase para sintetizar el estado de máxima permitividad del cristal líquido

Sin tomar en consideración los efectos de la inhomogeneidad, una estrategia de polarización como la de la figura 4.10 proporcionaría, desde un punto de vista de RF, una estructura periódica igual a la obtenida en el caso de que las celdas estuviesen polarizadas en fase. En ese caso, las respuestas en frecuencia en ambos casos serían iguales. Sin embargo, si consideramos los efectos de la inhomogeneidad estudiados en el apartado anterior, una estrategia de polarización en contrafase proporcionaría un campo estático o cuasi-estático distinto de la polarización en fase, y por lo tanto, la distribución de permitividad, de la que depende la respuesta de la celda, diferiría en ambos casos. Para evaluar este hecho, la figura 4.9 muestra la distribución de campo electroestático de la celda considerada en el apartado 4.2.2, cuando los elementos adyacentes están polarizados en contrafase. Como se comprueba, en comparación con la figura 4.5 donde el campo toma una distribución par en la frontera entre celdas, la distribución para esta estrategia de polarización es impar, y en la frontera entre celdas y en sus regiones aledañas, la dirección del campo es ortogonal a las superficies separadoras, tendiendo a disponer las moléculas en estado de reposo. Este hecho, hace que no sea necesario separar las metalizaciones para eliminar los acoplos capacitivos entre elementos, y produce, por un lado, que la región de reposo (R3) tenga mayor volumen que en el caso de polarización en fase, y por otro, que en la región R2 la distribución molecular en la subregiones

cercanas a las superficies separadoras tienda a la del reposo. Estas dos condiciones reducen los tiempos de conmutación “on-off”, dado que las condiciones de contorno de reposo limitan un volumen más pequeño de cristal líquido conmutable.

4.3.2. Estructuras de polarización de cristales líquidos

Las estructuras de polarización de los cristales líquidos en las celdas del reflectarray suponen un punto crítico en la construcción de la antena. Su versión más compleja para un reflectarray monocapa, se produce cuando cada metalización en la superficie de la antena debe disponer de una línea de polarización independiente. En ese caso, se producen ciertas problemáticas que pueden ocasionar un funcionamiento incorrecto de la antena. Por un lado, si el número de líneas de polarización es elevado, puede suceder que, para una determinada separación entre celdas que proporcione ciertas prestaciones, no exista espacio físico entre los elementos para albergar todas las líneas. Una posible solución es el diseño de las celdas empleando metalizaciones tipo dipolo, que garanticen cierto espaciado entre elementos para proporcionar el espacio requerido. Sin embargo, si las líneas son conductoras, su presencia y/o acumulación en una determinada zona puede influir de forma negativa en el comportamiento de RF de la antena, y en la mayor parte de las ocasiones, no existe la posibilidad de que éste sea corregido en el diseño. Esa influencia, depende de la capacidad tecnológica tanto para obtener líneas de impedancia lo suficientemente elevada como para que a una determinada frecuencia su efecto sea despreciable, como para disponer de una separación entre líneas adecuada. Como ejemplo, para frecuencias en el rango de los THz, resultarían necesarias líneas de polarización impresas de anchuras de 1 o 2 micras para que su comportamiento no afecte a la RF, lo que resulta difícilmente implementable con la tecnología actual. Por ello, una posible solución es el empleo de electrodos o de líneas de polarización hechas de materiales como el ITO o similares, aunque su empleo aún no está demostrado, dado que las características de este tipo de materiales en las bandas de microondas y THz se está discutiendo en la actualidad. Otra solución es la estudiada en [55], donde se propone una estructura de polarización basada en la segmentación del plano de masa, de manera que la excitación en cada elemento se realice en cada uno de los trozos resultantes de la segmentación, en lugar de en los parches. De esta forma, todas las líneas de polarización quedan aisladas de la radiofrecuencia. En esta estructura, el plano de masa lo forma la interconexión de todos los parches/dipolos a través de sendas líneas de polarización, que están orientadas ortogonalmente al campo incidente para que su efecto

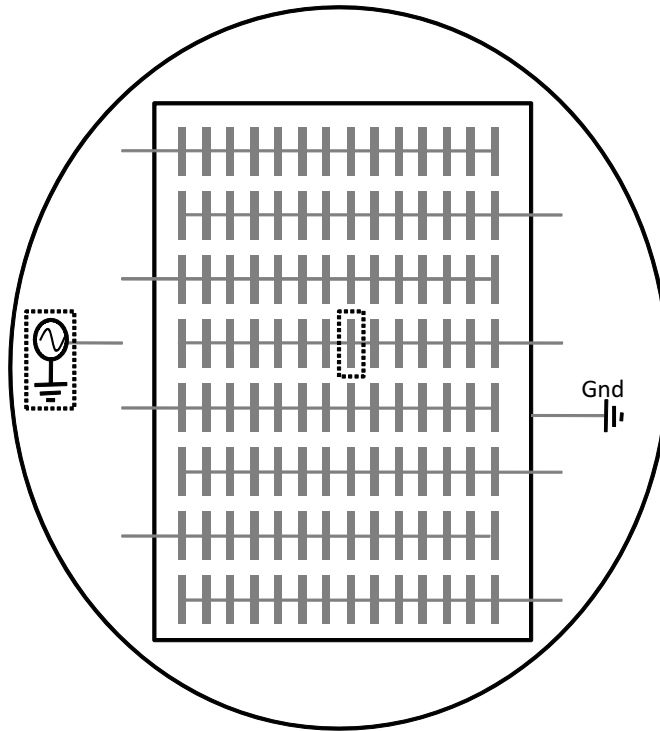


Figura 4.11: Polarización de elementos para proporcionar un barrido en una sólo dimensión.

sea mínimo. Aunque en este caso las anchuras de las líneas de interconexión entre parches no son muy críticas, el plano de masa segmentado tiene un ancho de banda reducido, lo que reduce las prestaciones de la antena. Por ello, cuando se emplea este tipo de estructura de polarización, resulta necesario tomar en consideración este efecto en el diseño de los elementos.

La complejidad de las estructuras de polarización depende de la aplicación para la cual vaya a emplearse la antena. Así, en aplicaciones que requieran el barrido en un plano, el empleo de una estructura basada en plano de masa continuo resulta relativamente sencilla de implementar, puesto que en ésta, los elementos entre filas están interconectados entre sí, tal y como se muestra en la figura 4.11.

4.3.3. Circuitos de generación de señales de polarización

Respecto a las señales y circuitos de control que alimentan cada elemento del reflectarray (Fig. 4.12), hay que mencionar que todas las líneas de control se concentran en una zona externa a la región activa mediante un único conector que consta de un pin de conexión por cada elemento a controlar. Esos pines proporcionan las señales de control adecuadas en cada elemento, que son obtenidas mediante un sistema

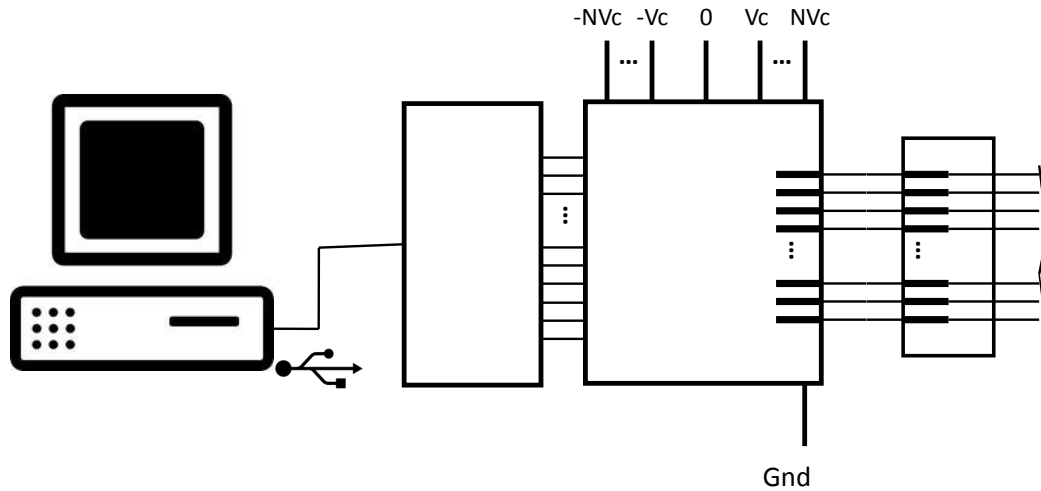


Figura 4.12: Esquema para la generación de las señales de polarización

de multiplexación de relés cuyas entradas son los valores de voltaje necesarios para sintetizar las fases objetivo y que corresponderán con muestras de tensión de valores $(-NV_c, \dots, V_c, 0, V_c, \dots, NV_c)$ en voltios. Al accionar los relés mediante las correspondientes señales de activación, se generan las señales apropiadas en los pines de salida. La activación de los relés corre a cargo de los bits de las palabras de salida en una tarjeta o caja típica para adquisición y procesamiento de datos (DAQ device) en formato TTL, procedente de un ordenador. La manera más sencilla es que este dispositivo DAQ sea una caja conectada al puerto USB de un ordenador, aunque también puede ser una tarjeta específica conectada dentro del ordenador. Los bits de control se configuran por un software desarrollado específicamente, que escribe en el puerto de salida de la tarjeta o caja USB las “palabras” (conjuntos de bits de control) de acuerdo a los requisitos deseados de fase.

4.4. Elemento simple basado en parche/dipolo resonante

4.4.1. Elemento con tensión de polarización continua

Como ya se ha comentado anteriormente, el elemento resonante más sencillo que se puede concebir basado en cristal líquido corresponde al de un parche impreso sobre un sustrato óptico o de microondas (vidrio, cuarzo, etc), que es usado para confinar un determinado volumen de cristal líquido junto con un

Variable	D1 (mm)	D2 (mm)
Py, Px	0,73, 0,3	0,73, 0,3
Ly, Lx	0,54, 0,08	0,575, 0,035
h_{lc}	0,051	0,03
h_s	0,1	0,075

Cuadro 4.1: Valores dimensionales para las dos elementos diseñados.

plano de masa, a su vez soportado por un substrato rígido (Figura 4.13). Adicionalmente, la celda puede contener separadores de material isotrópico (p. ej fibra óptica) con el fin de garantizar un espesor constante para la capa de cristal líquido, aunque éstos son sólo necesarios en algunos elementos del reflectarray.

Dado que este elemento es similar al basado en parches de tamaño variable [3], variando la fase en función de la permitividad en lugar de las dimensiones de los parches, sus limitaciones serán similares a las de éste. Con el fin de evaluar estas últimas, se han diseñado dos celdas unitarias (D1 y D2) para sintetizar, respectivamente, los rangos de fase de 180 y 300 grados a la frecuencia de 137 GHz usando el cristal líquido MDA-98-1602, y un tipo de cuarzo de constante dieléctrica $\varepsilon_s = 3,78$ y $\tan\delta_s = 0,002$ como superestrato. Las simulaciones electromagnéticas se han llevado a cabo mediante un software de elaboración propia basado en MoM en el dominio espectral (ver capítulo 2), admitiendo un comportamiento lineal de la tangente de pérdidas respecto a la permitividad, un comportamiento real de los conductores, supuestos de cobre con conductividad $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$, y considerando que la metalización se encuentra centrada en la celda. Además, con el fin de simplificar los cálculos, se ha asumido el modelado clásico de homogeneidad e isotropía para cristal líquido, lo que no afecta a la demostración del concepto. En la tabla 4.1 se muestran los valores dimensionales para las dos celdas diseñadas.

Las figuras 4.14 y 4.16 muestran, para D1 y D2 respectivamente, la amplitud y fase del coeficiente de reflexión en función de la frecuencia (incidencia normal según \hat{y}) para diferentes estados de permitividad. Igualmente, las figuras 4.15 y 4.17 muestran, para los dos elementos diseñados, la fase en función de la permitividad eléctrica comparando los resultados respecto a los obtenidos para un desfasador ideal, estos últimos calculados para cada frecuencia, f_k , a partir de la expresión:

$$\phi_{ideal}^{(k)} = -C \cdot f_k \cdot \sqrt{\varepsilon_r} - \phi_{ok} \quad (4.4)$$

siendo C y ϕ_{ok} dos constantes a determinar mediante el ajuste de las curvas reales a la expresión 4.4. Hay que notar, que dado que la fase es proporcional a la raíz de la permitividad relativa, las figuras 4.15 y

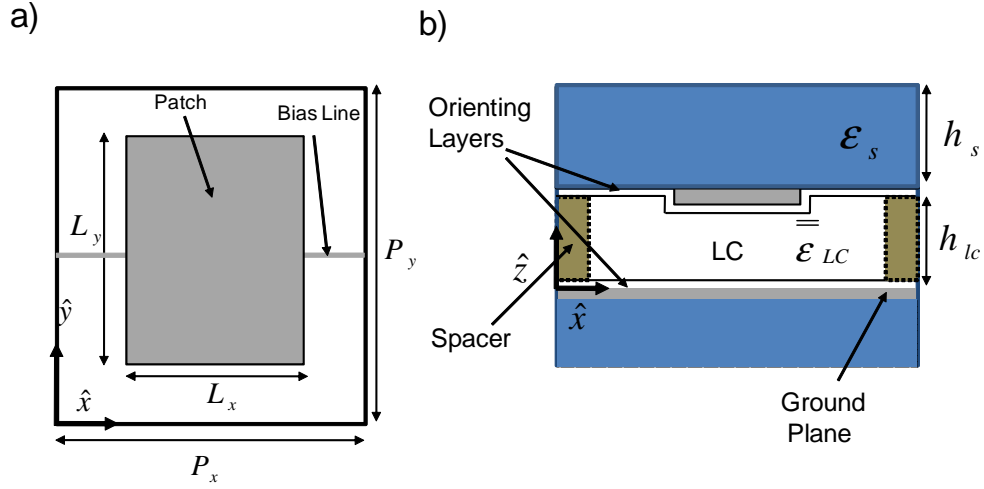
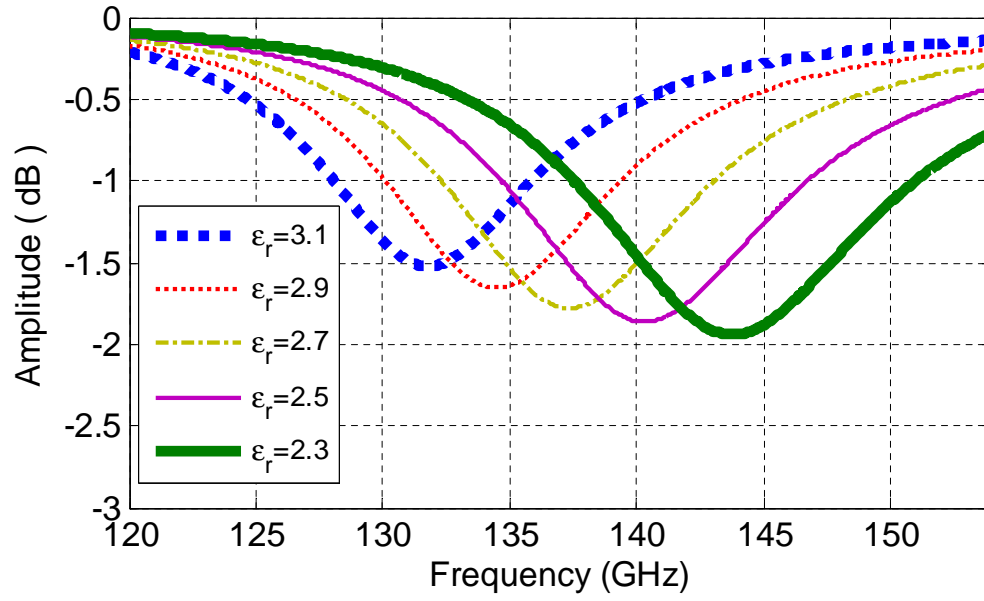


Figura 4.13: Elemento simple basado en cristal líquido. (a) Vista en planta. (b) Vista lateral.

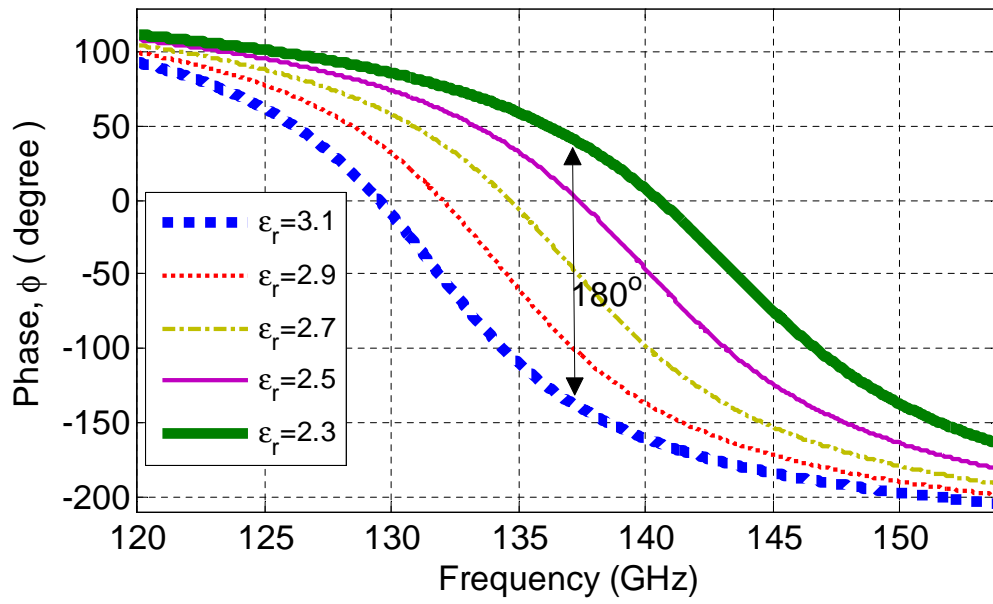
4.17 están representadas respecto a $\sqrt{\epsilon_r}$. Además, hay que señalar que resulta factible emplear distintas constantes de ajuste para cada frecuencia (ϕ_{ok}), debido a que usualmente no se precisa que la antena garantice un retardo de grupo constante en una banda muy ancha, dado que ésta, en la mayor parte de las aplicaciones, transmitirá una multitud de canales de banda estrecha para los que sólo es necesario garantizar un retardo de grupo constante de manera individual. Sin embargo, en aplicaciones de banda muy ancha, se debe garantizar un retardo de grupo constante en toda la banda, por lo que en ese caso, las constantes ϕ_{ok} se traducen a un único valor independiente de la frecuencia.

Como era de esperar para un elemento resonante simple, un aumento del rango de fase implica tanto el aumento de las pérdidas óhmicas en la resonancia, como la reducción del ancho de banda. En una primera comparación, el ancho de banda se ha definido como el rango de frecuencias donde el error de fase respecto al caso ideal es menor de $\pm 20^\circ$. En ese caso, para el diseño D1 (180° de rango de fase) se obtiene un ancho de banda de un 4.4 % (134 a 140 GHz) y unas pérdidas óhmicas máximas de 1,9 dB, mientras que para el diseño D2 (300° de rango de fase), el comportamiento del elemento resulta ser monocromático debido a la imposibilidad de ajustar las respuestas ideales en el margen de error definido.

La definición del margen de error para definir el ancho de banda puede ser relajada en función de la aplicación para la cual vaya a emplearse la antena, ya que por ejemplo, en aplicaciones que admitan una discretización de la fase de un bit, como en algunos sistemas de escaneo de imágenes [84], puede ser admisible un margen de error de $\pm 90^\circ$. Para éste, el ancho de banda aumentaría hasta el 27 % para



(a)



(b)

Figura 4.14: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad en el elemento D1.

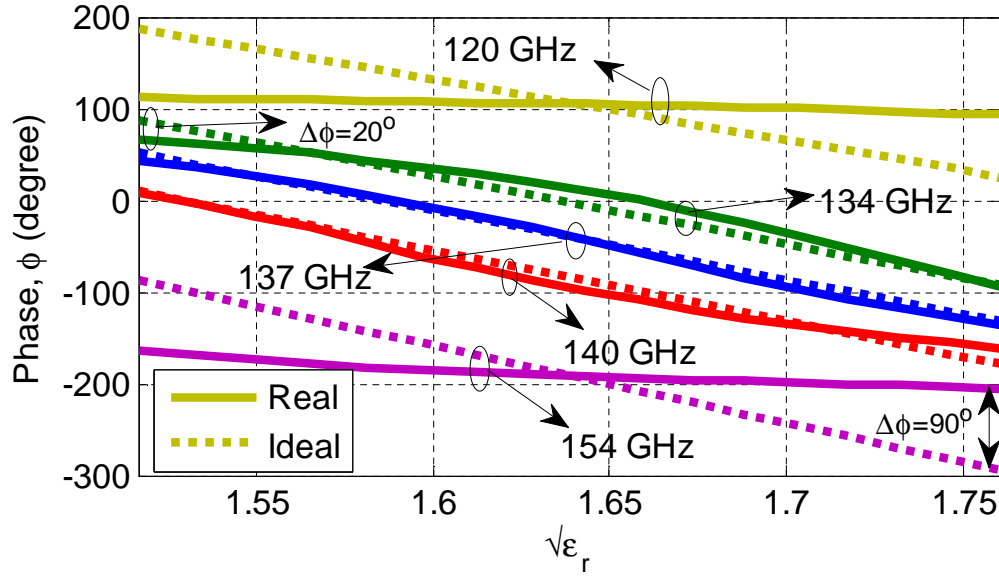


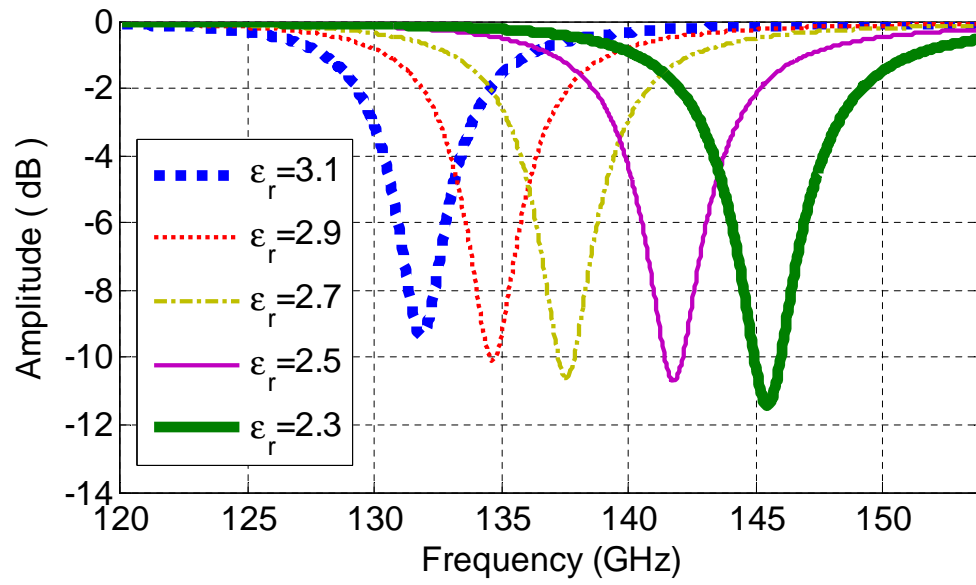
Figura 4.15: Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento D1, comparada con la respuesta del desfasador ideal.

el elemento $D1$, y hasta el 3,1 % para $D2$. En el caso de discretizaciones de dos bits, el margen de error admisible sería de $\pm 45^\circ$, para el que el elemento $D2$ proporciona una banda del 0,95 % variando la permitividad entre los cuatro estados que sintetizan 270° de rango de fase: 2,43 (102°), 2,67 (192°), 2,76 (282°) y 3 (372°).

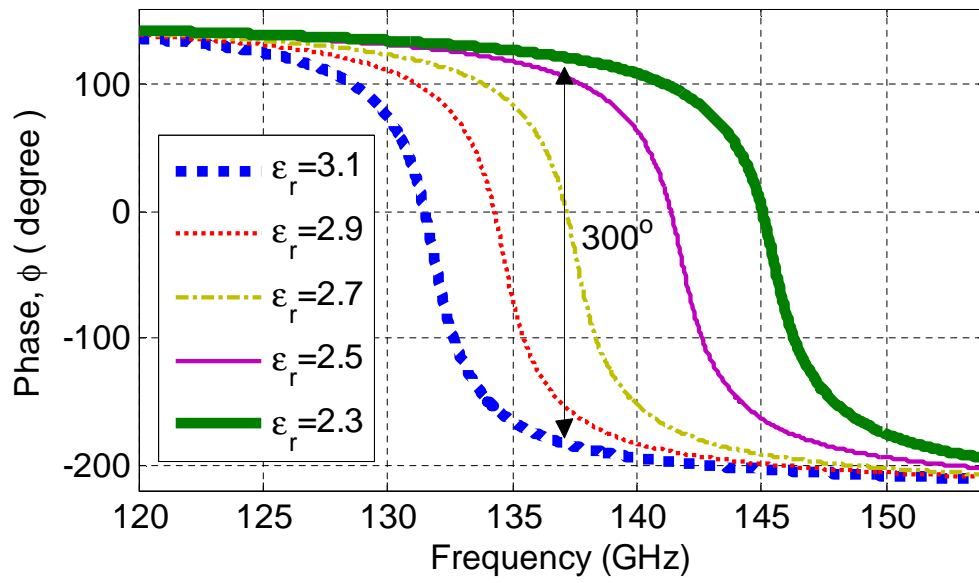
Las limitaciones eléctricas comentadas anteriormente concernientes al rango de fase, el ancho de banda y las pérdidas, son inherentes al elemento resonante simple, debido a que la respuesta de éste está gobernada por el factor Q del resonador. Por lo tanto, si una determinada aplicación requiere un buen comportamiento en esas tres características, resulta necesario recurrir a estructuras de elementos más complejas.

4.4.2. Elemento simple con tensión de polarización discreta

Desde un punto de vista teórico, una celda reconfigurable basada en cristal líquido permite sintetizar cualquier estado de fase dentro de su rango, variando la permitividad eléctrica de forma continua a partir del valor de una tensión aplicada. Sin embargo, el hecho de trabajar con los estados intermedios del cristal líquido produce dos limitaciones que pueden hacer que el comportamiento de las celdas no sea el



(a)



(b)

Figura 4.16: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad en el elemento D2.

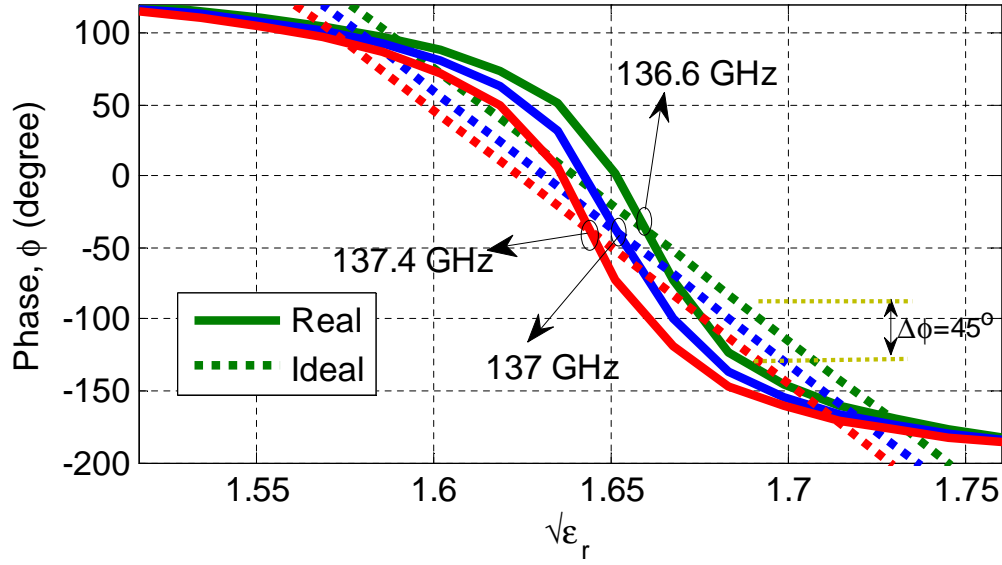


Figura 4.17: Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento D2, comparada con la respuesta del desfasador ideal.

esperado, produciendo un funcionamiento incorrecto de la antena.

Por una parte, dado que la variación de la permitividad respecto de la tensión umbral tiene un comportamiento fuertemente no lineal (ver figura 3.7) en los estados intermedios, una pequeña variación de esta última produciría un error de configuración de la permitividad muy elevado, y por tanto, un error de fase también elevado. En la figura 4.18 se evalúa este error, comparando las curvas de la orientación molecular en función de la tensión de excitación para dos valores de tensión umbrales: V_{th} y $0,8V_{th}$. Como se comprueba, para una misma excitación, la orientación molecular en ambos casos difiere en 40 grados, lo que supondría sintetizar, respectivamente, un valor extremo o central de permitividad para una birrefringencia dada. Si asumimos un elemento diseñado para proporcionar un rango de fase de 300° , esa discrepancia conllevaría un error de fase de 120 grados, que produce un comportamiento inadecuado en la antena. En la práctica, dado que la tensión umbral depende de parámetros intrínsecos del cristal líquido, como las constantes de elasticidad o la birrefringencia, y éstos a su vez tienen una gran dependencia con la temperatura, no resulta difícil que para un mismo cristal líquido se obtenga una variación de un 20 % en la tensión umbral en diferentes instantes de tiempo. Para evitar este inconveniente, resulta necesario introducir en la antena un sistema de control térmico que garantice una temperatura constante en el

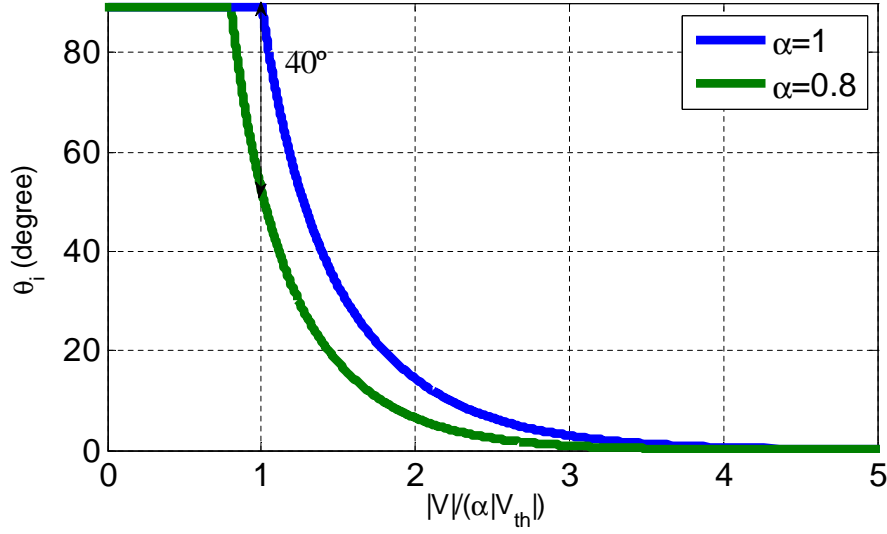


Figura 4.18: Orientación molecular máxima en función de la tensión de excitación para dos valores distintos de la tensión umbral.

cristal líquido, lo que sofistica y encarece el conjunto global de la antena. El otro inconveniente en el uso de los estados intermedios reside en que el tiempo de conmutación “*off – on*” es más elevado para éstos que para los estados extremos, puesto que dicho tiempo es inversamente proporcional a la tensión aplicada (ec. 3.49).

Una posibilidad para evitar ambos inconvenientes, consistiría en trabajar únicamente con los estados extremos del cristal líquido. En ese caso, el elemento simple resonante proporcionaría únicamente dos estados de fase (1 bit), que deben sintetizar 180° de rango de fase a la frecuencia central con el fin de minimizar el error de cuantificación (diseño D1). De esta forma, la discretización de la fase debe hacerse de forma que las fases comprendidas entre -90° y 90° en sentido horario se asocien al estado de permitividad más bajo ($\bar{\epsilon}_\perp$, bit 0), mientras que las fases entre 90° y -90° se asocien al estado de permitividad máximo ($\bar{\epsilon}_\parallel$, bit 1).

Una discretización en las fases del coeficiente de reflexión en los elementos del reflectarray implica la pérdida de prestaciones de la antena en cuanto a ganancia, nivel de lóbulos secundarios, o capacidad de apuntamiento. Para evaluar estas limitaciones, se ha analizado el efecto de la discretización en 1 bit en dos reflectarrays diseñados para ofrecer dos tipos de diagrama distintos.

El primer reflectarray considerado sintetiza un diagrama tipo pincel reconfigurable en un plano, para

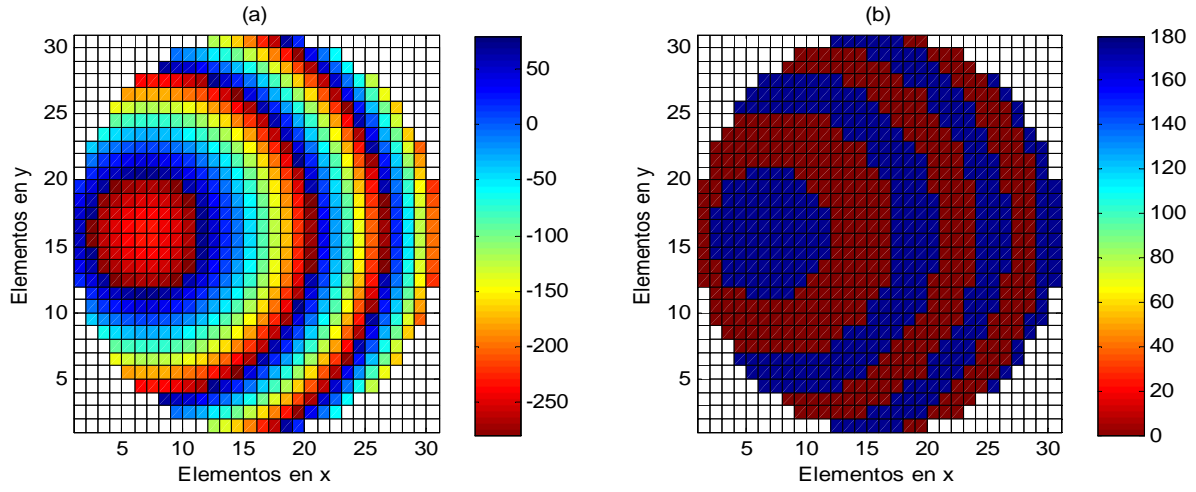


Figura 4.19: Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit.

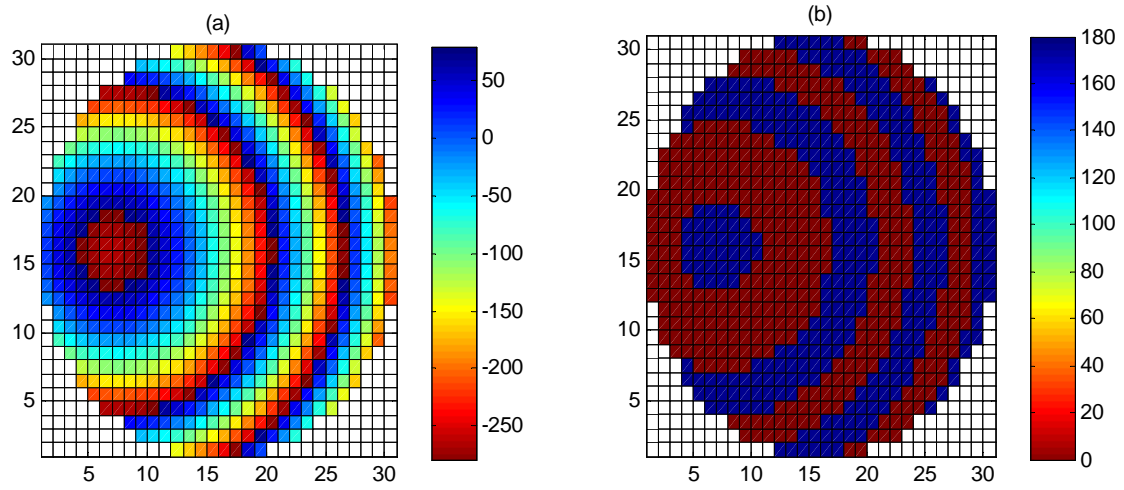


Figura 4.20: Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20,5^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit

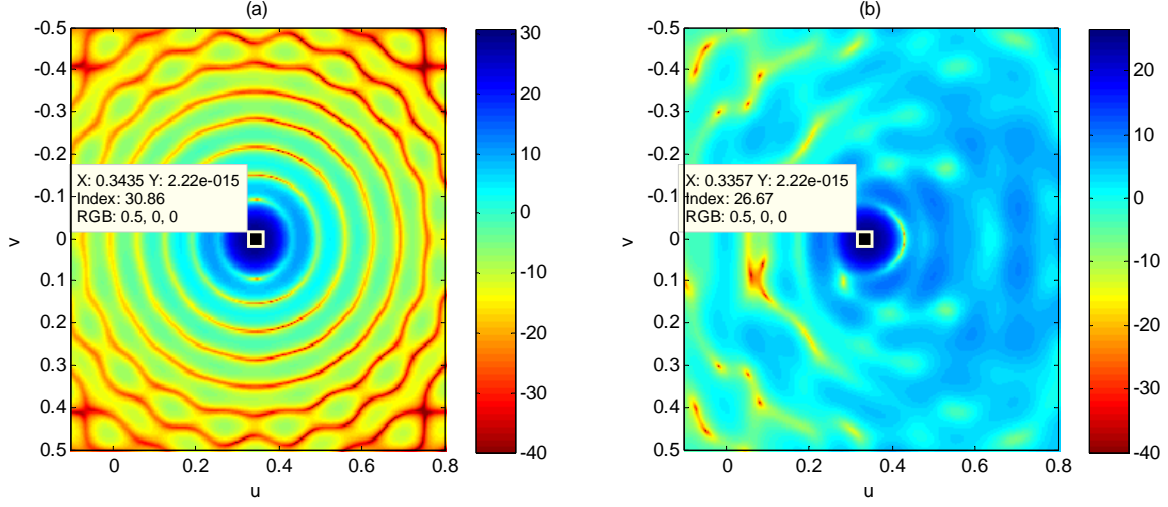


Figura 4.21: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.

operar a 20 GHz con una directividad de 30 dBi (ancho de haz de aproximadamente 6°), un barrido en saltos de $0,5^\circ$ y con un nivel de lóbulos secundarios de 20 dB. Las figuras 4.19 y 4.20 muestran las fases objetivo ideales sin discretizar y discretizadas a 1 bit, para un haz apuntando, respectivamente, a las direcciones $(\theta = 20, \varphi = 0)$ y $(\theta = 20,5, \varphi = 0)$ en un reflectarray de 716 elementos ideales donde el centro de fase del alimentador se ha situado en las coordenadas $x_r = -157,2$ mm, $y_r = 0$ mm, $z_r = 225$ respecto a su centro. Para éstas, las figuras 4.21 y 4.22 muestran los diagramas de radiación 2-D en ganancia en las variables “u” y “v” de los cuatro casos considerados para la componente copolar. Como se comprueba, la discretización de 1 bit afecta de forma considerable en la ganancia de la antenna, haciendo que las pérdidas se sitúen en torno a los 4,21 dB, de igual forma a como ocurre en las lentes de fresnel de dos niveles. Además, el nivel de lóbulos secundarios aumenta en 10 dB, lo que reduce de forma considerable las prestaciones de la antenna en aplicaciones muy restrictivas en este parámetro (p.ej radar). En cuanto a la capacidad de apuntamiento, se comprueba que para ese grado de discretización, aun disponiendo de un elevado número de elementos, se puede producir un error de apuntamiento de $0,5^\circ$, que coincide con el paso exigido de reconfiguración (ver figura 4.21). Sin embargo, la capacidad de reconfiguración de $0,5^\circ$ no sufre cambios significativos.

El segundo reflectarray considerado dispone de una distribución de fase más compleja y sensible a variaciones que la asociada al pincel, sintetizando un diagrama tipo sectorial en azimuth y cosecante

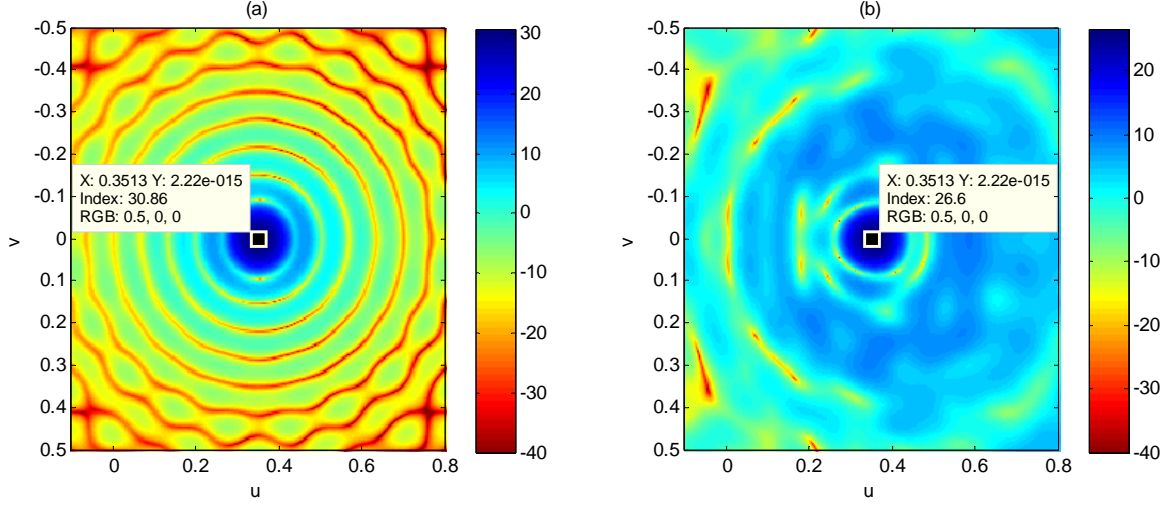


Figura 4.22: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u-v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20,5^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.

cuadrado en elevación para aplicaciones LMDS. La figura 4.23 muestra las fases objetivo ideales sin discretizar y discretizadas a 1 bit, y la figura 4.24 muestra los diagramas de radiación 2-D en ganancia para ambos casos. Como puede verse, la discretización de 1 bit afecta de forma considerable a la forma del diagrama, con unas pérdidas de ganancia en el sector en torno a los 3,41 dB, y la aparición de mesetas del mismo nivel que el sector en regiones indeseadas donde el diagrama debe estar 15 dB debajo del máximo, distorsionando el comportamiento cosecante cuadrado del diagrama en elevación. De esta forma, aunque existan aplicaciones donde una discretización de 1 bit puede resultar suficiente, la mayor parte de las ellas (sistemas de radar o de escaneo de imagenes) requieren de un nivel de cuantificación mayor para conseguir que el diagrama de radiación no se distorsione de forma grave para el correcto funcionamiento del sistema. En ese caso, resulta necesario recurrir a estructuras de elementos más complejas que permitan proporcionar un mayor número de estados.

4.4.3. Proceso de construcción

Como se deduce de la figura 4.13, un dispositivo convencional de cristal líquido monocapa consiste en un sándwich formado por dos sustratos, que en la cara interna del sándwich poseen un electrodo y sobre él una capa de alineamiento. Ambos sustratos se sellan dejando una separación entre ellos mediante un

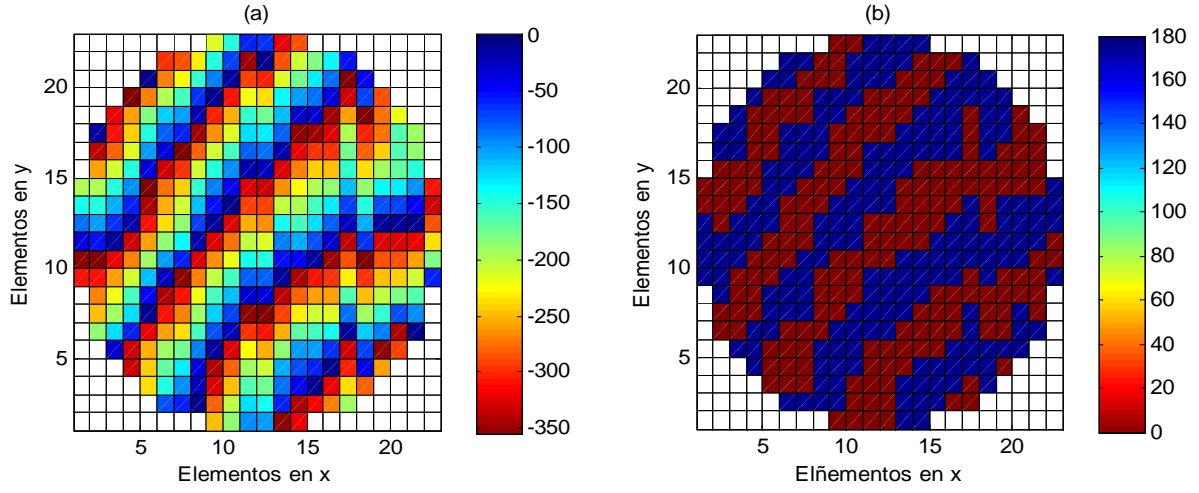


Figura 4.23: Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 1 bit.

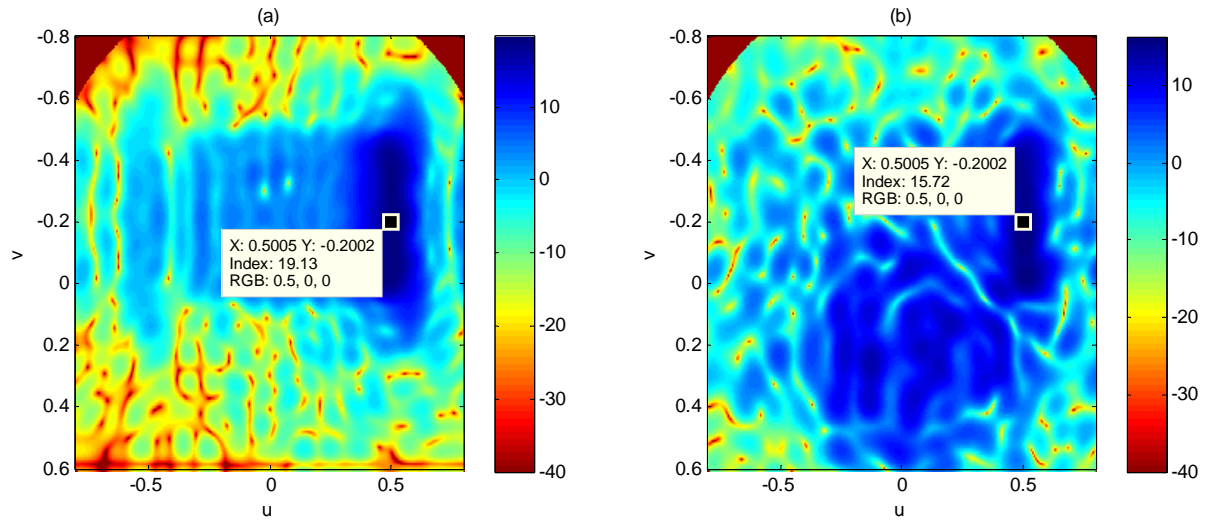


Figura 4.24: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u - v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 1 bit.

cordón adhesivo que delimita la zona activa que estará rellena de cristal líquido. El proceso de fabricación de un reflectarray monocapa basado en elementos como el de la figura 4.13 se puede resumir de la siguiente manera:

1. Preparación de los sustratos: En los sustratos superior e inferior (plano de masa), se generan mediante procesos de fotolitografía estándar, el patrón de electrodos que consisten en una pluralidad de elementos conductores (parches) y líneas resistivas de polarización para el sustrato superior, y en un plano conductor para el sustrato inferior. En el caso de sustratos que inicialmente no posean capa de electrodo, se pueden emplear procesos de deposición combinados con lit-off. Posteriormente, en las caras donde están grabados los conductores, se deposita una capa fina de alineamiento, que puede ser poliamida frotada, una capa de foto-alineamiento, o una capa de óxido depositada por evaporación oblicua. La dirección de alineamiento es tal que el plano de conmutación del cristal líquido es perpendicular a una de las dos variables coordenadas que definen la superficie del reflectarray.
2. Ensamblado: El ensamblado se realiza comenzando desde el sustrato inferior, disponiendo espaciadores de material dieléctrico a lo largo del dispositivo situados con una distribución regular sobre el mismo, y asegurando que no interfieren con los elementos conductores que actúan como resonadores. Los espaciadores pueden estar formados por fibras ópticas u otro tipo de material isotrópico, y se fijan en el espacio situado entre los parches alineados en la misma dirección que marca la película de poliamida. Posteriormente, se depositará un cordón adhesivo fuera de la zona activa formada por el agrupamiento de elementos conductores, ensamblando y alineando el sustrato inferior y el sustrato superior con la capa de alineamiento colocada en ambas superficies. El cordón adhesivo se diseña de forma que selle tres de los cuatro lados del área activa, dejando un lado abierto para llenar la cavidad resultante de cristal líquido. En este punto, se procede al llenado en una cámara donde se hace el vacío. Cuando se han desgasificado tanto el interior de las celdas, como el propio cristal líquido, la apertura de las celdas se pone en contacto con el cristal líquido de forma que éste entre por capilaridad. Posteriormente, se introduce presión atmosférica en la cámara para asegurar el completo llenado, para después, sellar la boca de llenado mediante otro cordón adhesivo. Finalmente, los electrodos del dispositivo se conectan a la electrónica externa de control empleando flexbonding (electrodo flexible conectado mediante adhesivo conductor anisótropo o isotrópico) o

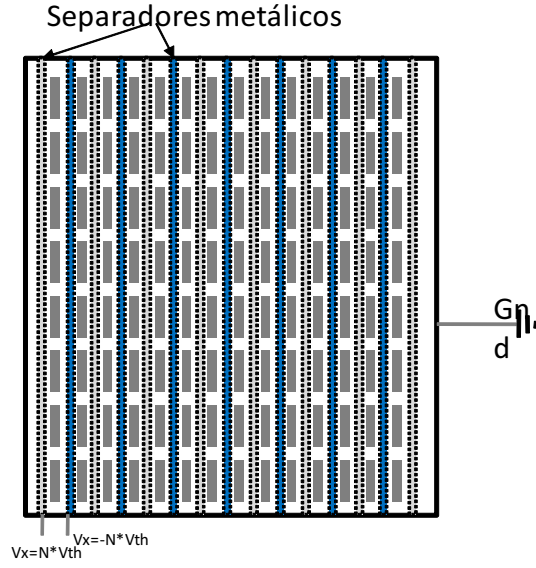


Figura 4.25: Polarización del reflectarray con separadores metálicos para el reseteo de los elementos.

wirebonding (hilo de oro).

4.4.4. Elemento de cuatro electrodos

En el apartado 4.3.1, se ha propuesto la estrategia de polarización en contrafase como un medio fácil de implementar, que permite reducir de alguna forma los tiempos de transición a través de la reducción del volumen efectivo de cristal líquido conmutable. La efectividad de esta estrategia aún no ha sido demostrada en la práctica, aunque se puede prever que su efecto en los tiempos de conmutación no sea muy apreciable debido a que el volumen de cristal líquido conmutable no se reduce de forma considerable. Como una alternativa, se propone el uso de una estructura de celda basada en dos pares de electrodos, que permitan inducir un campo electroestático en dos direcciones ortogonales con el fin controlar la orientación de las moléculas en las dos direcciones de interés, sin necesidad de recurrir a los tradicionales efectos de superficie de las películas de polyimide. Este hecho, permite reducir los tiempos de conmutación, dado que en ese caso, tanto los tiempos “off-on”, como los “on-off”, pueden ser controlados mediante el valor de las tensiones aplicadas a cada par de electrodos.

Como ejemplo, si consideramos una celda para trabajar con polarización lineal en \hat{y} , de dimensiones P_x y P_y , un espesor de cristal líquido h_{lcd} , y una relación $P_x/h_{lcd} = 4$ (figura 4.13), para la que asumimos

que el estado de máxima permitividad se sintetiza cuando $V = 4V_{th}$, los tiempos de conmutación en su configuración tradicional serían (ecuaciones 3.49 y 3.51):

$$\tau_{off-on} = \frac{\gamma_1 h_{lcd}^2}{\Delta\epsilon((4V_{th})^2 - V_{th}^2)} = \frac{\gamma_1 h_{lcd}^2}{\Delta\epsilon 15V_{th}^2}$$

$$\tau_{on-off} = \frac{\gamma_1 h_{lcd}^2}{\Delta\epsilon V_{th}^2}$$

Sin embargo, en una estructura con otro par de electrodos que impongan un campo electroestático en la dirección \hat{x} , los tiempos de transición de las moléculas del estado de máxima permitividad (ortogonales a los electrodos en $z=cte$ sintetizando $\bar{\bar{\epsilon}}_{//}$), al estado de reposo (ortogonales a los electrodos en $x=cte$ sintetizando $\bar{\bar{\epsilon}}_{\perp}$), τ_{on-off} , se regirían por la expresión de los tiempos “off-on” asociados al campo electroestático en la dirección \hat{x} , que es controlado por la tensión aplicada en los electrodos correspondientes, V_x . Por tanto, tendríamos que:

$$\tau_{on-off}^{nueva} = \frac{\gamma_1 P_x^2}{\Delta\epsilon(|V_x|^2 - V_{th}^2)} = \frac{\gamma_1 16h_{lcd}^2}{\Delta\epsilon(|V_x|^2 - V_{th}^2)}$$

Tomando una tensión $V_x = 10V_{th}$, llegaríamos a que:

$$\tau_{on-off}^{nueva} = \frac{16}{99}\tau_{on-off}$$

Una forma posible de implementación de esta estructura, consistiría en el empleo de espaciadores metálicos en lugar de los tradicionales de fibra óptica. En ese caso, dado que la disposición de este tipo de separadores es longitudinal a lo largo de una dirección en el reflectarray (ver figura 4.25), el control en la dirección \hat{x} se efectúa por filas de celdas. En ese caso, si lo que se requiere es un control independiente en cada elemento, el campo electroestático en la dirección \hat{x} debe ser empleado para efectuar un reseteo de todos los elementos del reflectarray. Así, la tensión V_x puede hacerse todo lo elevada que se desee para controlar los tiempos de reseteo, de forma que se produzca una conmutación adecuada en el reflectarray con tiempos asumibles. No obstante, este elemento dispone de dos problemáticas, asociadas tanto a la implementación y manejo de separadores metálicos de dimensiones muy reducidas, como al propio diseño de la celda, dado que la existencia de paredes eléctricas en los límites del periodo afectan de forma considerable a la respuesta en frecuencia del elemento.

4.5. Elementos multi-resonantes monocapa

Para eliminar las limitaciones que el factor Q impone de forma inherente en el elemento simple resonante concernientes al ancho de banda, el rango de fase, y las pérdidas, resulta necesario introducir en la celda nuevos elementos resonantes (metalizaciones) que proporcionen un mayor número de resonancias y de grados de libertad que permitan el control de éstas, con el fin de obtener la capacidad de efectuar su solapamiento espectral y conformar la respuesta en frecuencia de una forma requerida. De esta forma, resulta factible llegar a respuestas con un ancho de banda y rango de fase elevados, junto con pérdidas óhmicas más reducidas. Además, otra de sus ventajas es que permiten trabajar con un grado de discretización mayor de 1 bit cuando se usan sólo los estados extremos de permitividad. En ese caso, el número de estados de fase que se pueden sintetizar sería igual a 2^{N_m} , siendo N_m el número de metalizaciones independientes existentes en la celda que se polarizan independientemente mediante dos valores de tensión: $V = 4V_{th}$ y $V = 0$.

El uso de estructuras multi-resonantes compuestas por una o varias capas con el fin de incrementar el ancho de banda de un elemento para reflectarray es bien conocido para celdas formadas por parches de tamaño variable [14]. Este concepto puede ser aplicado a celdas reconfigurables basadas en cristal líquido, donde en principio, la celda unitaria puede estar compuesta por una o varias capas de cristal líquido asociadas a su correspondiente superestrato, en las que pueden ser grabadas una o varias metalizaciones independientes con el fin de polarizar, mediante la correspondiente tensión de control, el volumen de cristal líquido bajo cada una de ellas.

4.5.1. Elemento de 3 dipolos (1x3) con polarización continua

De entre todas las celdas multi-resonantes, una familia con un enorme interés práctico corresponde a los elementos monocapa (1xN) debido a que el proceso de fabricación de un reflectarray basado en ellos es igual al compuesto por elementos simples, facilitando así su proceso de construcción respecto a estructuras multicapa. No obstante, al contrario de lo que sucede en estructuras multicapa, existe una limitación en cuanto al número de metalizaciones independientes que pueden incorporarse en un periodo, dado que las dimensiones para este último están limitadas por la aparición de armónicos superiores propagantes. Consecuentemente, se producen ciertas limitaciones concernientes al ancho de banda y rango de fase que se pueden conseguir, o al número de estados de fase discretos que se pueden sintetizar. Sin embargo, las

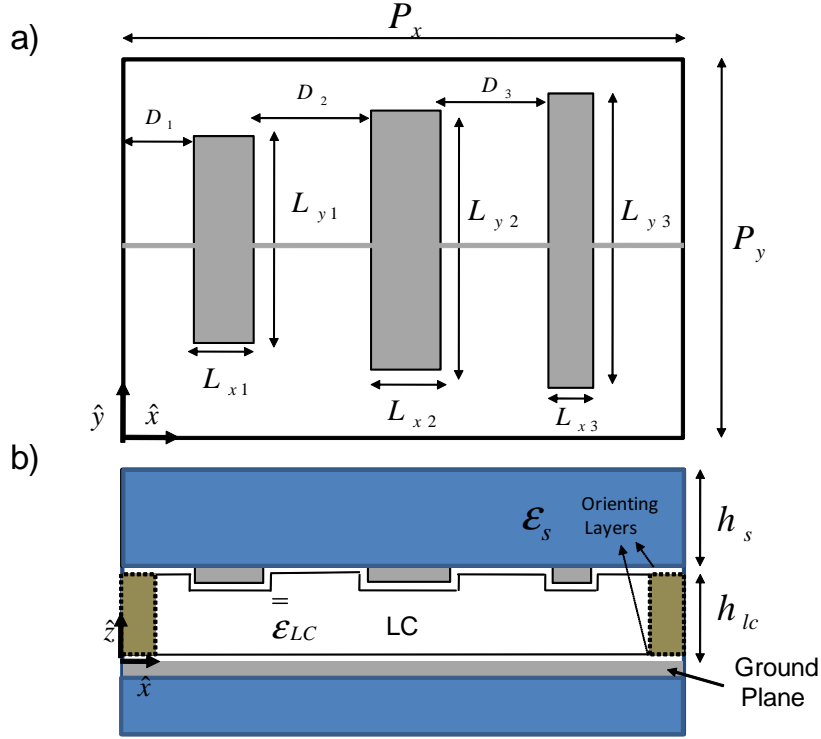


Figura 4.26: Elemento multi-resonante monocapa basado en tres dipolos paralelos (1x3). (a) Vista en planta. (b) Vista lateral.

prestaciones que a las que se llegan con este elemento pueden resultar suficientes en la mayoría de las aplicaciones, por lo que su estudio detallado resulta muy adecuado.

En la figura 4.26 se muestra un elemento multi-resonante monocapa compuesto por tres dipolos (1x3) paralelos para trabajar con polarización lineal. En una primera implementación, la celda se ha diseñado para trabajar con todos los estados del cristal líquido, variando éstos de igual forma en todos los resonadores, por lo que los tres dipolos están interconectados entre sí mediante una línea de alimentación de continua, ortogonal a la polarización del campo incidente en incidencia normal.

Para este tipo de estructura, se ha comprobado que se dispone de un número de resonancias independientes igual al número de dipolos, cada una de las cuales son controladas exclusivamente mediante su dipolo asociado. Así, para un espesor fijo e igual en todos los resonadores, la frecuencia de resonancia de cada resonador se controla mediante la longitud de su dipolo (L_{xi}), de forma que un incremento de ésta produzca una frecuencia de resonancia menor. Adicionalmente, la anchura de cada dipolo (L_{yi}) permite controlar el factor Q de cada resonador. Los espesores tanto de la capa de cristal líquido como del super-

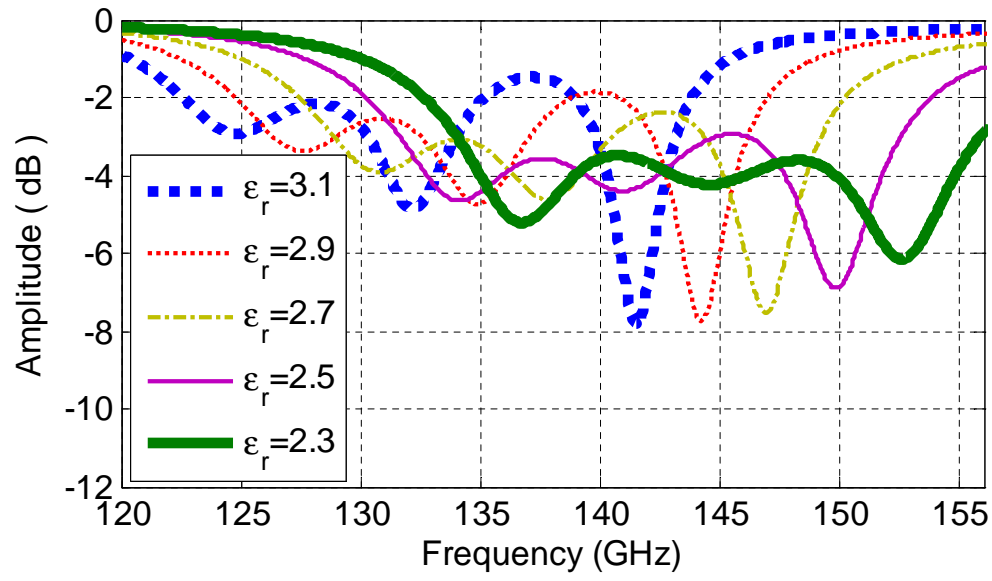
Variable	Valor (mm)
P_y, P_x	1,312, 0,787
L_{y1}, L_{y2}, L_{y3}	0,514, 0,550, 0,591
L_{x1}, L_{x2}, L_{x3}	0,073, 0,079, 0,079
D_1, D_2, D_3	0,095, 0,186, 0,183
h_{lc}	0,052
h_s	0,194

Cuadro 4.2: Valores dimensionales para la celda (1x3) diseñada

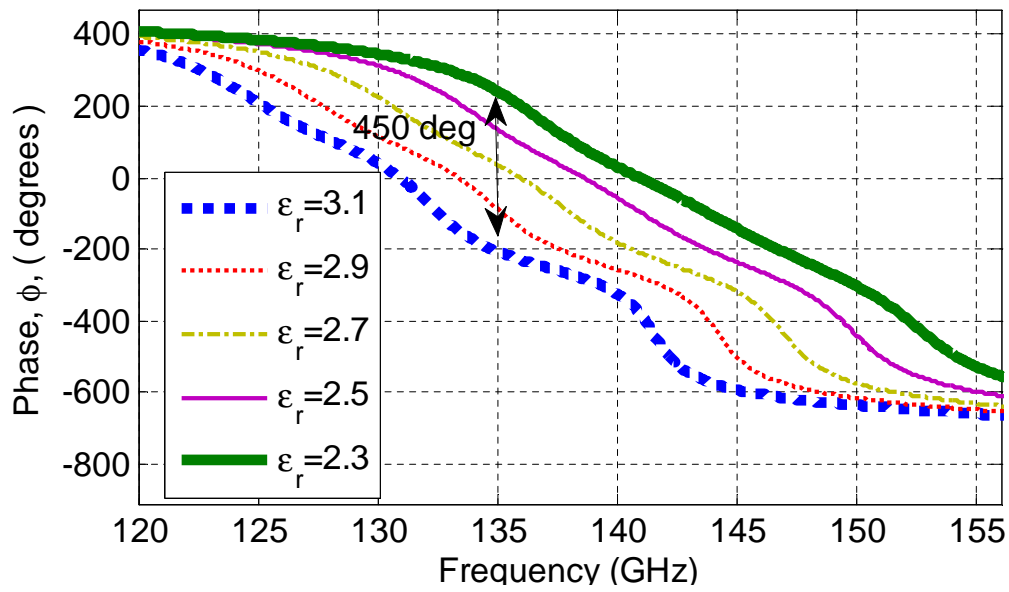
estrato también influyen de manera notable en el factor Q y en el valor de la frecuencias de resonancia de cada resonador, aunque de igual forma en todos ellos dado que éstos son iguales en todos los resonadores. De esta forma, el espesor del cristal líquido suele dimensionarse para que las longitudes de los dipolos resultantes y la propia celda sean mecanizables, y para que los tiempos de conmutación sean mínimos. En relación a estos últimos, aunque sólo se disponga de un grado de libertad que permita su control, la geometría de este elemento se presta a admitir de una forma más simple estructuras de polarización como la de la figura 4.25, con las ventajas que ello conlleva.

Basado en estos criterios, la estructura multiresonante de la figura 4.26 se ha diseñado para operar a 137 GHz empleando los mismos materiales que en el elemento simple (apartado 4.4): MDA-03-2838 y Cuarzo. Las simulaciones y el diseño del elemento se han llevado a cabo mediante CST, considerando la aproximación de isotropía y homogeneidad del cristal líquido, y unas metalizaciones de cobre con conductividad finita $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$ de espesor despreciable. Los valores dimensionales obtenidos para un diseño optimizado en banda y rango de fase se muestran en la tabla 4.2.

Las figuras 4.27 y 4.28 muestran, respectivamente, la respuesta en frecuencia para incidencia normal del coeficiente de reflexión del elemento diseñado, y la fase de éste en función de la permitividad para ciertos valores de frecuencia comparada con la de un desfaseador ideal. Como puede comprobarse, la celda diseñada consigue sintetizar el rango de fase deseado de 360° para los estados de permitividad comprendidos entre los valores $\varepsilon_r = 2,3$ y $\varepsilon_r = 2,97$, mediante la combinación adecuada de las tres resonancias de la estructura. En ese caso, asumiendo el mismo rango de error que el considerado para los elementos simples diseñados anteriormente ($\pm 20^\circ$), se consigue un ancho de banda de un 7,4 % (132 GHz -142 GHz) y unas pérdidas máximas de 7.4 dB. Estos resultados suponen una clara mejora respecto de los obtenidos con el elemento simple resonante, como se deduce tras su comparación con las figuras 4.16 y 4.17. Finalmente, hay que destacar que resulta factible conseguir rangos de fase de 450° , lo cual supone



(a)



(b)

Figura 4.27: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para diferentes estados de permitividad para el elemento (1x3) diseñado.

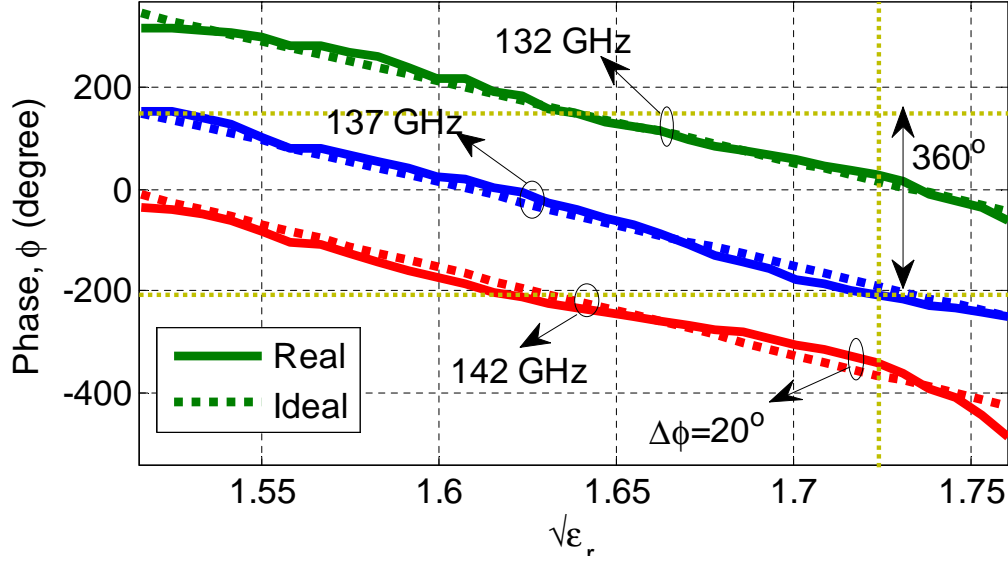


Figura 4.28: Fase del coeficiente de reflexión en función de la raíz de la permitividad relativa para el elemento (1x3) diseñado, comparada con la respuesta del desfasador ideal.

una clara mejora en reflectarrays de gran tamaño limitados en banda por el retardo de fase espacial [15].

4.5.1.1. Validación mediante simulador en guía

El elemento diseñado se ha validado en banda X mediante la conocida técnica de simulador en guía (WGS) [85], usando para ello la guía WR-90. Así, el elemento se ha rediseñado para operar en dicha banda con condiciones de contorno de pared eléctrica en lugar de condiciones de periodicidad. En esta prueba de concepto, para simplificar la construcción y reducir los costes de las muestras del simulador, el comportamiento de la variación de la permitividad se ha emulado mediante el uso de diferentes sustratos en lugar de un cristal líquido. De esta forma, se han diseñado y construido tres celdas unitarias (S1, S2 y S3) que evalúan tres estados de fase asociados a los estados extremos e intermedio de un cristal líquido virtual, cuyos valores son, respectivamente: $\epsilon_r = 2,33$ y $\epsilon_r = 3,38$, y $\epsilon_r = 2,94$. Cada muestra se ha fabricado según la estructura de la figura 4.26, comprendiendo un superestrato común, tres dipolos paralelos, y el correspondiente sustrato que emula el cristal líquido, distinto en las tres implementaciones. El material empleado para sintetizar el estado de mínima permitividad (S1) ha sido “Arlon CuClad 233LX”, cuyo valor de permitividad relativa y de tangente de pérdida a 10 GHz es

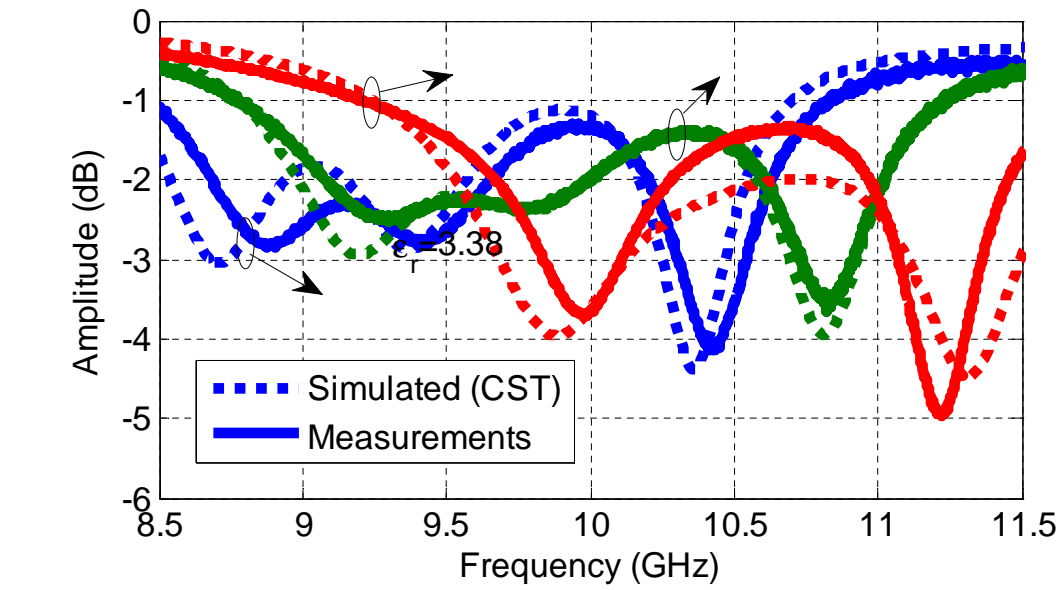
Variable	Valor (mm)	S2 (mm)	S3 (mm)
P_y, P_x	22,856, 10,16	22,856, 10,16	22,856, 10,16
L_{y1}, L_{y2}, L_{y3}	6,76, 7,59, 8,36	6,75, 7,57, 8,33	6,76, 7,59, 8,34
L_{x1}, L_{x2}, L_{x3}	0,93, 0,70, 0,49	0,94, 0,71, 0,50	0,91, 0,70, 0,49
D_1, D_2, D_3	7,16, 4,26, 4,26	7,16, 4,26, 4,26	7,16, 4,26, 4,26
h_{lc}	0,79	0,79	0,81
$h_s(L1+L2)$	1,54 + 1,52	1,52 + 1,52	1,52 + 1,53
Bonding Material Thickness (B1,B2)	0,096, 0,096	0,06, 0,06	0,05, 0,05

Cuadro 4.3: Valores dimensionales para las tres celdas fabricadas

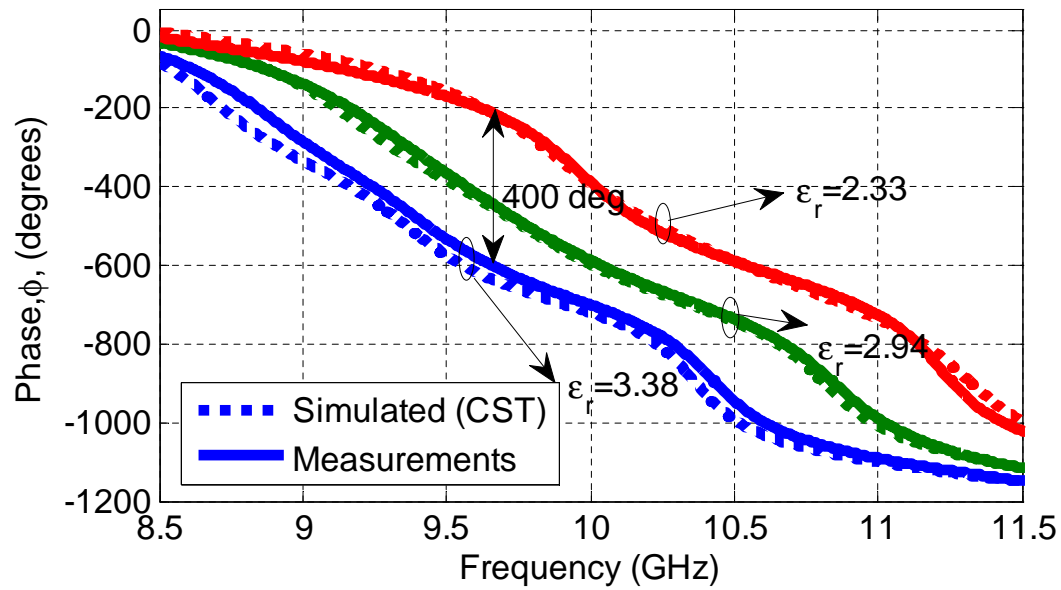
$\varepsilon_r = 2,33$ y $\tan\delta = 0,0013$. Para simular el estado intermedio (S2), el material usado ha sido “RT/Duroid 6002”, cuyos valores nominales a 10 GHz son $\varepsilon_r = 2,94$ y $\tan\delta = 0,0012$, mientras que para el estado de máxima permitividad (S3), y como superestarto común, se ha empleado “Arlon 25N” con $\varepsilon_r = 3,38$ y $\tan\delta = 0,0025$. El diseño de las tres celdas considera los espesores reales de los materiales, que se han medido previamente. Para proporcionar el espesor requerido en el diseño, la capa de superestrato se ha fabricado mediante la unión de dos láminas de Arlon 25N (L1 y L2) a través de una capa del material adhesivo Eccobond (B1 y B2), cuyos parámetros medidos a 1 GHz son: $\varepsilon_r = 3,4$ y $\tan\delta = 0,04$.

En la figura 4.29 se muestra una comparación entre las medidas y las simulaciones obtenidas con CST de las tres celdas fabricadas (Fig. 4.30). Las simulaciones consideran las dimensiones reales de los dipolos, que han sido medidas después del fotograbado. Los valores dimensionales de las tres celdas se resumen en la tabla 4.3. Como puede comprobarse, se consigue una buena concordancia entre las simulaciones y las medidas. Un análisis riguroso de sensibilidad ha mostrado que las pequeñas discrepancias existentes entre ambas pueden deberse a las tolerancias en la constante dieléctrica y las pérdidas de los materiales usados, las cuales son desconocidas. En relación a la amplitud, se ha comprobado que una parte significativa de las pérdidas óhmicas son producidas por los materiales adhesivos (sobre 3 dB a la frecuencia de resonancia más alta en S1) debido al alto valor de la tangente de pérdidas del Eccobond.

Los resultados obtenidos demuestran que mediante el uso de un dispositivo multi-resonante monocapa basado en tres dipolos paralelos, en el que se varía la permitividad eléctrica, se pueden conseguir rangos de fase mayores de 360° asociados a anchos de banda elevados, lo que constituye una prueba de concepto para el diseño realizado anteriormente y para los dispositivos multi-resonantes basados en cristal líquido en general.



(a)



(b)

Figura 4.29: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para las tres celdas fabricadas. Simulaciones y medidas.

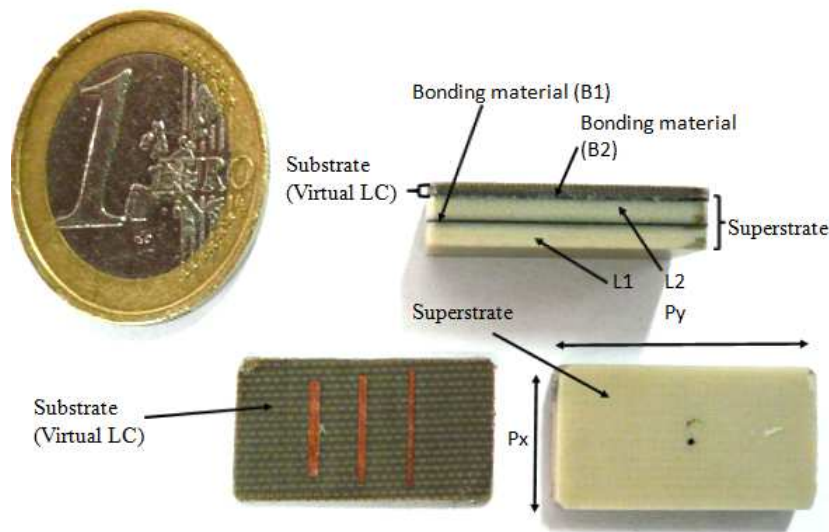


Figura 4.30: Fotografía de una de las tres celdas fabricadas, mostrando su aspecto externo, los dipolos en su interior, e identificando las diferentes capas de la estructura.

4.5.2. Elemento (1x3) con polarización discreta

Dado que las resonancias en los elementos multi-resonantes monocapa basados en dipolos paralelos están asociadas a cada uno de los dipolos de forma independiente, las prestaciones de este tipo de celdas ante una discretización de los estados del cristal líquido no pueden disponer de un ancho de banda muy elevado, ya que la variación en un estado de uno de los dipolos produciría sólo un cambio en la resonancia de éste, quedando la respuesta en frecuencia en las bandas asociadas al resto casi inalterables, y obteniéndose en ellas un agrupamiento de estados de fase en torno al mismo valor.

Para un elemento de 3 bits, considerando sólo valores de fase entre 0 y 360° , el rango de fase a sintetizar entre estados extremos sería de 315° , con saltos de fase entre estados consecutivos de 45° . De esta forma los ocho estados corresponderían con los mostrados en la tabla 4.4. Hay que destacar, que dado que se emplean 3 bits, cada uno de los dipolos debe disponer de una línea de polarización independiente, lo que complica la construcción de la antena. Para este nivel de discretización, resulta de interés evaluar las prestaciones de la antena bajo ese grado de discretización. Así, las figuras 4.31 y 4.32 muestran, respectivamente para los dos tipos de diagrama ideales considerados en el apartado 4.4 (pincel y conformado), las fases discretizadas a 3 bits, mientras que las figuras 4.33 y 4.34 muestran los diagramas de radiación de ganancia asociados para la componente copolar. Como puede comprobarse, en

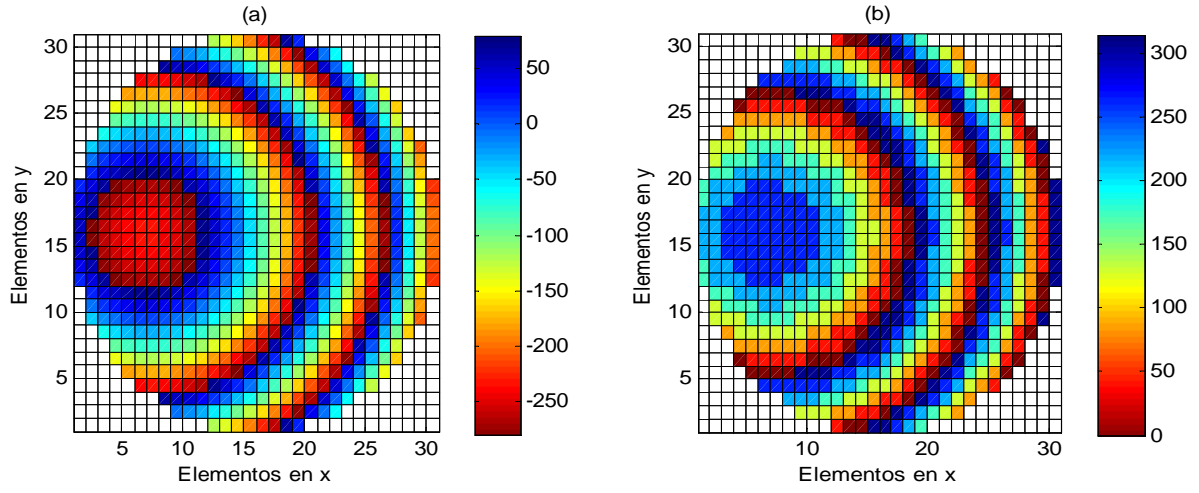


Figura 4.31: Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 3 bits.

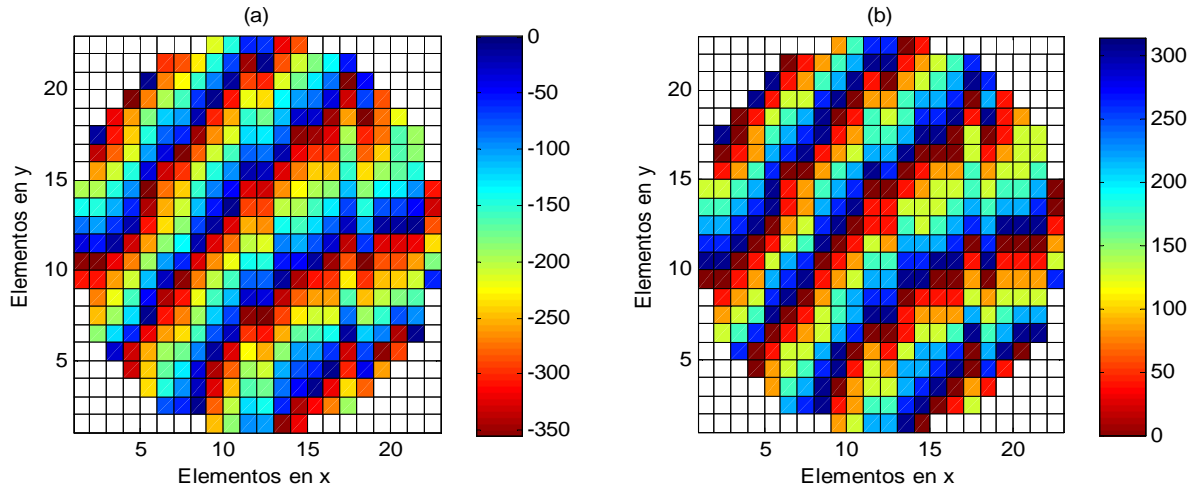


Figura 4.32: Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 3 bits.

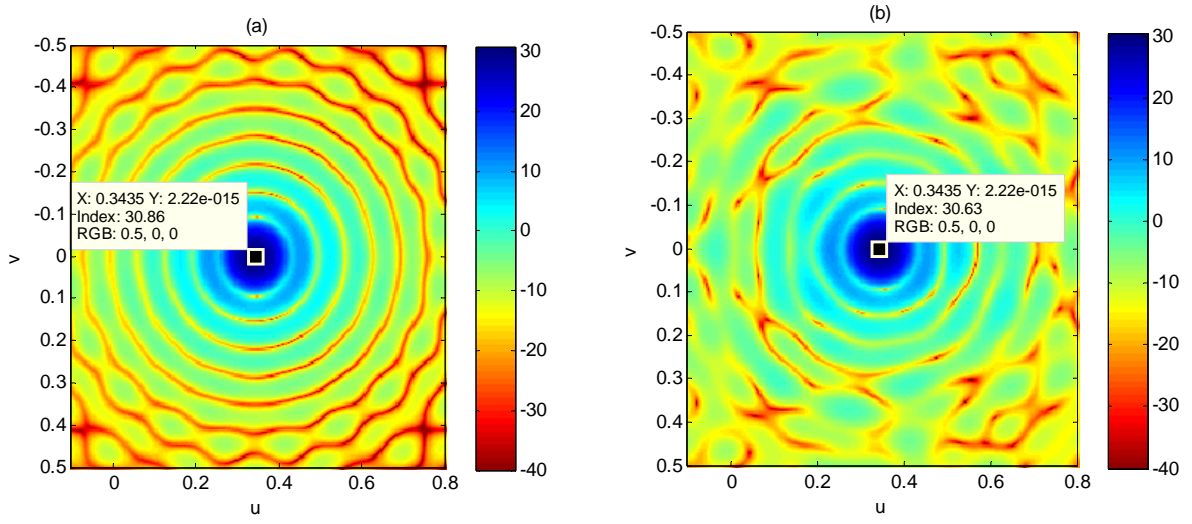


Figura 4.33: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u - v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 3 bits.

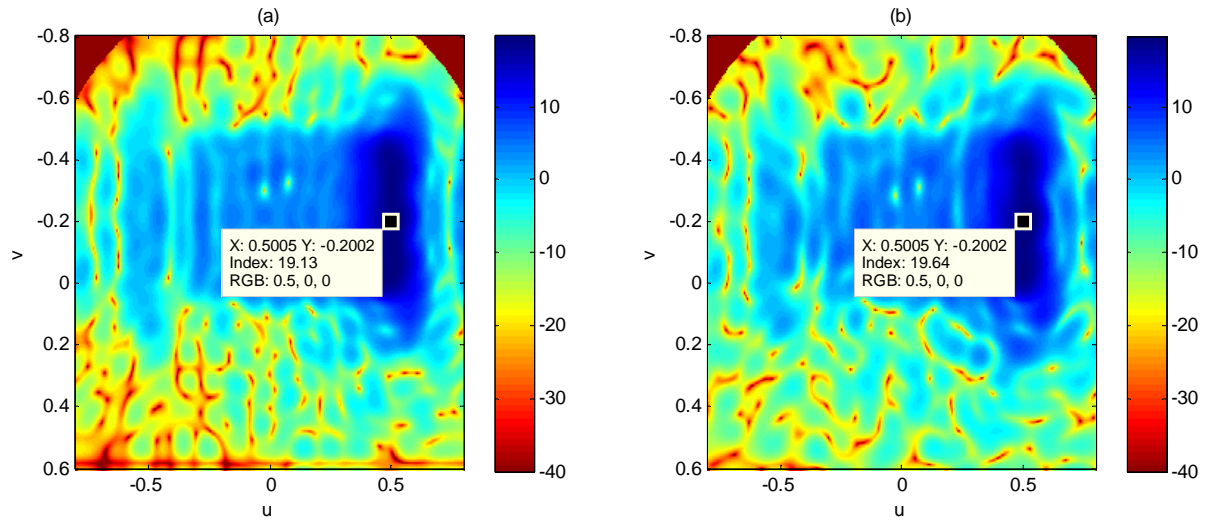


Figura 4.34: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u - v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 3 bits.

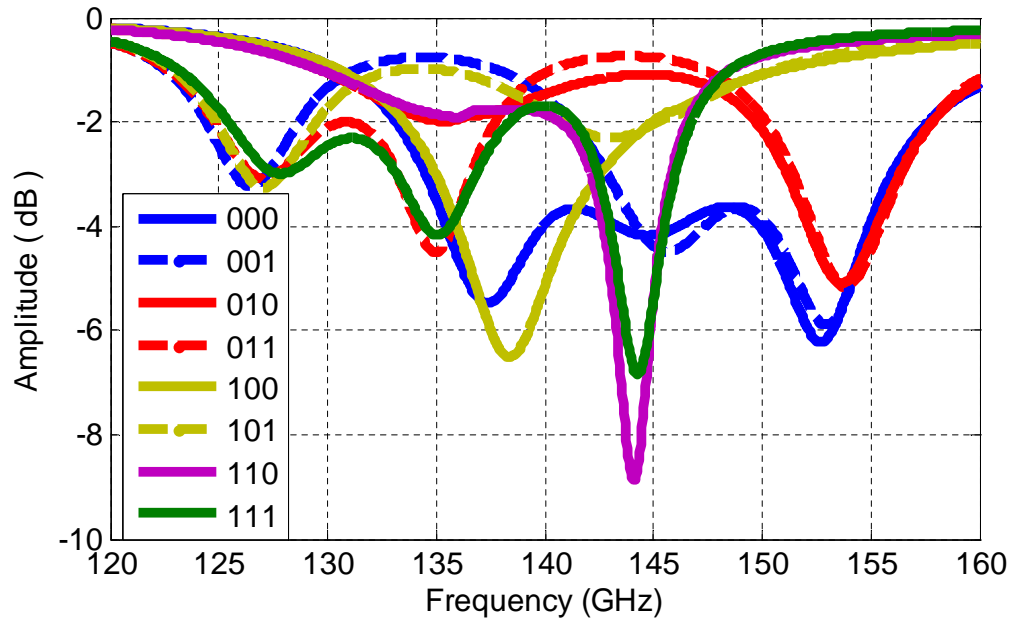
Palabra	Estado de Fase	Palabra	Estado de Fase
000	0°	100	180°
001	45°	101	225°
010	90°	110	270°
011	135°	111	315°

Cuadro 4.4: Niveles de discretización para el elemento de 3 bits y 360°.

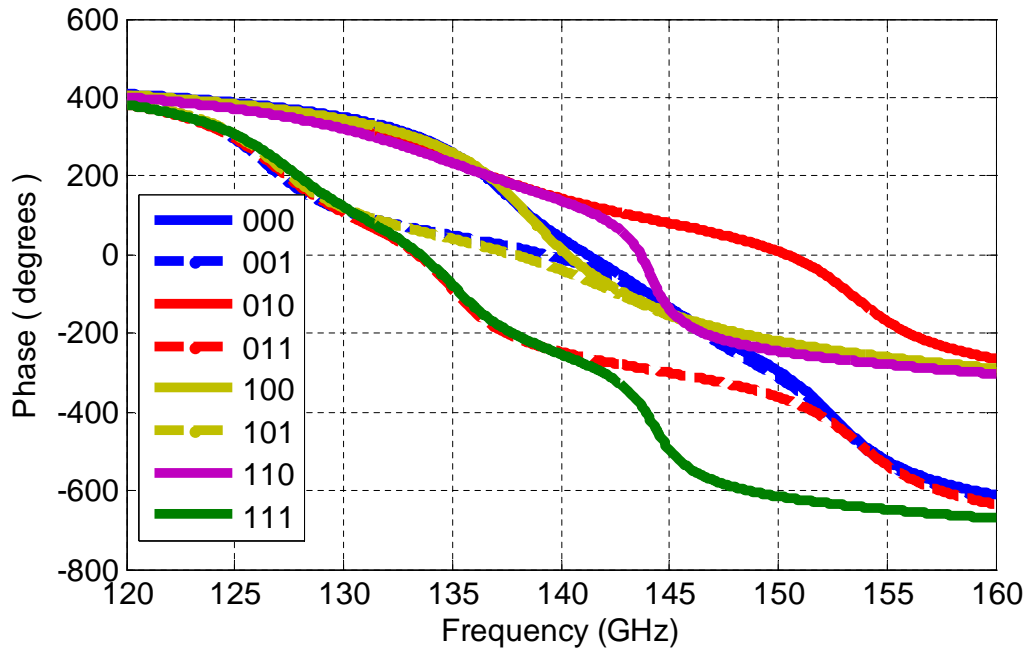
el caso del diagrama de haz pincel, la pérdida de ganancia debida a la discretización es muy pequeña (0,23 dB), mientras que en el caso del diagrama conformado, el rizado de la ganancia varía en torno a los 0,5 dB a lo largo de todo el sector. Además, la forma de los diagramas se mantiene aceptable, obteniendo un nivel de lóbulos secundarios en el pincel similar al de fases continuas, y niveles y formas también similares en el haz sectorial y cosecante cuadrado. Respecto a la capacidad de apuntamiento del pincel, puede comprobarse que ésta no sufre ninguna alteración.

Para el elemento de tres dipolos diseñado anteriormente (Fig. 4.26), si consideramos un cristal líquido con valores de permitividad extremos de $\varepsilon_{\perp} = 2,3$ y $\varepsilon_{//} = 2,9$ que sintetizan 310° de rango de fase para las dimensiones dadas en la tabla 4.2, la figura 4.35 muestra la respuesta en frecuencia de los ocho estados de fase posibles (3 bits) que se pueden obtener. Como se comprueba, no resulta factible conseguir la separación de fase entre estados adecuada nivel de discretización, ni tan siquiera asumiendo el error de $\pm 22,5^{\circ}$ asociado al mismo.

Debido a esta limitación, este tipo de elementos no pueden proporcionar el máximo número de bits que le corresponde según su número de metalizaciones independientes, siendo necesario reducir su nivel de cuantificación. Si como ejemplo, asumimos el rango de fase de 450° obtenido con el elemento compuesto por tres dipolos paralelos y el modelo MDA-98 – 1602, la discretización ideal sería la mostrada en la tabla 4.5. En ese caso, la figura 4.36 muestra la respuesta en frecuencia de los ocho estados posibles. Como se observa, la limitación comentada anteriormente hace necesaria la reducción del nivel de cuantificación a 2 bits (mostrados en color en la figura 4.36). No obstante, en comparación con un elemento que sintetice 270° de rango de fase (2 bits), éste proporciona ese mismo nivel para un rango de fase mayor, aprovechando las características multiresonantes del elemento.

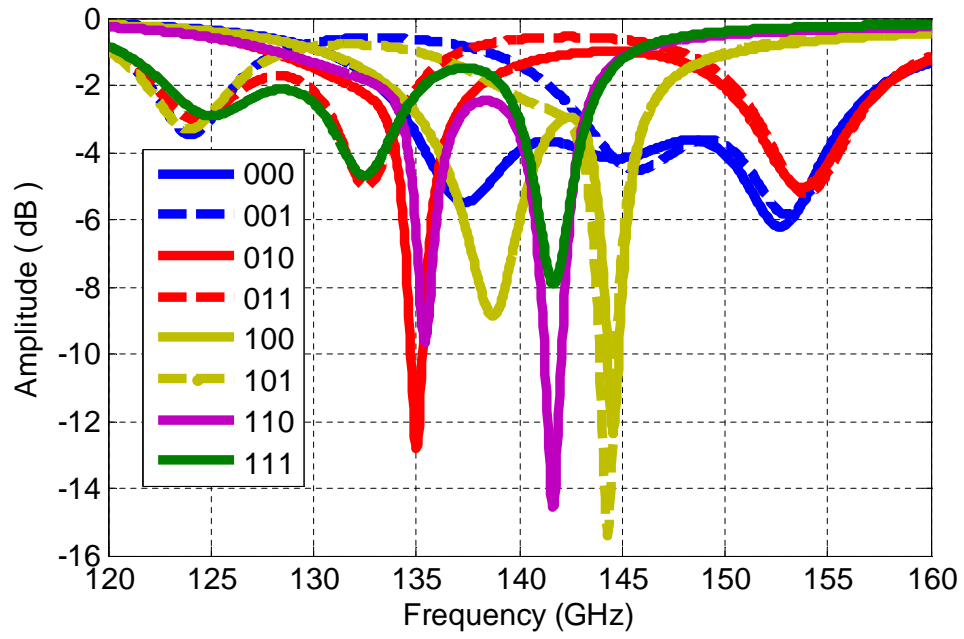


(a)

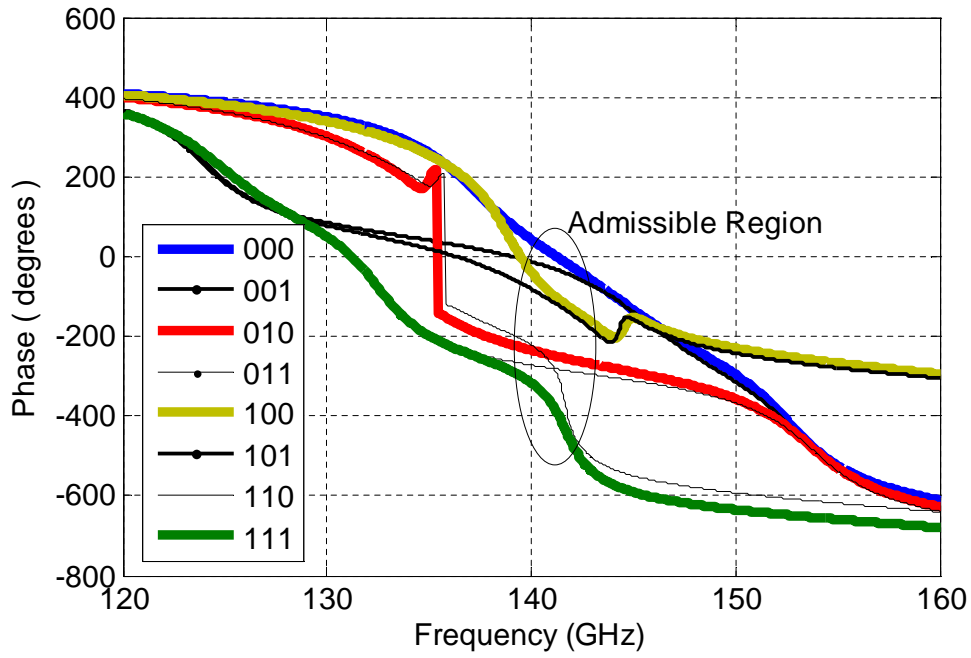


(b)

Figura 4.35: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 3x1 con polarización discreta. Rango de fase: 310° . Estados (dipolo1, dipolo2, dipolo3) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)



(a)



(b)

Figura 4.36: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 3x1 con polarización discreta. Rango de fase: 450° . Estados (dipolo1, dipolo2, dipolo3) = "1" ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)

Palabra	Estado de Fase	Palabra	Estado de Fase
000	0°	100	225°
001	56,25°	101	281,25°
010	112,5°	110	337,75°
011	168,75°	111	394°

Cuadro 4.5: Niveles de discretización para el elemento de 3 bits y 450°.

4.6. Elementos multi-resonantes multicapa

Las estructuras multicapa, además de proporcionar grados de libertad suficientes para eliminar las limitaciones del elemento simple en cuanto a ancho de banda, rango de fase, o capacidad de discretización, disponen de ciertas ventajas adicionales respecto a los elementos multi-resonantes monocapa comentados anteriormente. Por un lado, este tipo de estructuras no tienen limitaciones teóricas respecto al número de metalizaciones independientes que pueden incorporar en un periodo. Por otro lado, el control de las múltiples resonancias existentes no dependen exclusivamente y de forma independiente de las dimensiones de cada metalización, sino que también depende de otras variables dimensionales como los espesores de las capas, o los valores de permitividad de los sustratos. De esta forma, se obtienen más grados de libertad para facilitar el modelado de una respuesta en frecuencia más compleja que en los elementos monocapa, permitiendo emplear para ello resonancias de órdenes más altos, y proporcionando por ende la capacidad de obtener una respuesta adecuada en elementos con polarización discreta. Otra de las ventajas de estos elementos, reside en que permiten reducir los tiempos de conmutación de las celdas sin necesidad de aumentar las pérdidas mediante un proceso de segmentación en múltiples capas de menor espesor. Como ejemplo, dado que una reducción del espesor del cristal líquido en un elemento monocapa implica una curva de resonancia más abrupta, y por ende unas pérdidas óhmicas mayores, la segmentación en dos o más capas independientes de menor espesor, además de proporcionar la capacidad para obtener una respuesta de mejores características en banda y rango de fase en la misma banda de frecuencias, permite obtener unos tiempos de conmutación menores.

Sin embargo, este tipo de celdas dispone de dos limitaciones concernientes a su complejidad tanto en el diseño, como sobre todo en su fabricación, que las hace usables sólo en aplicaciones donde los elementos monocapa no puedan proporcionar las prestaciones requeridas.

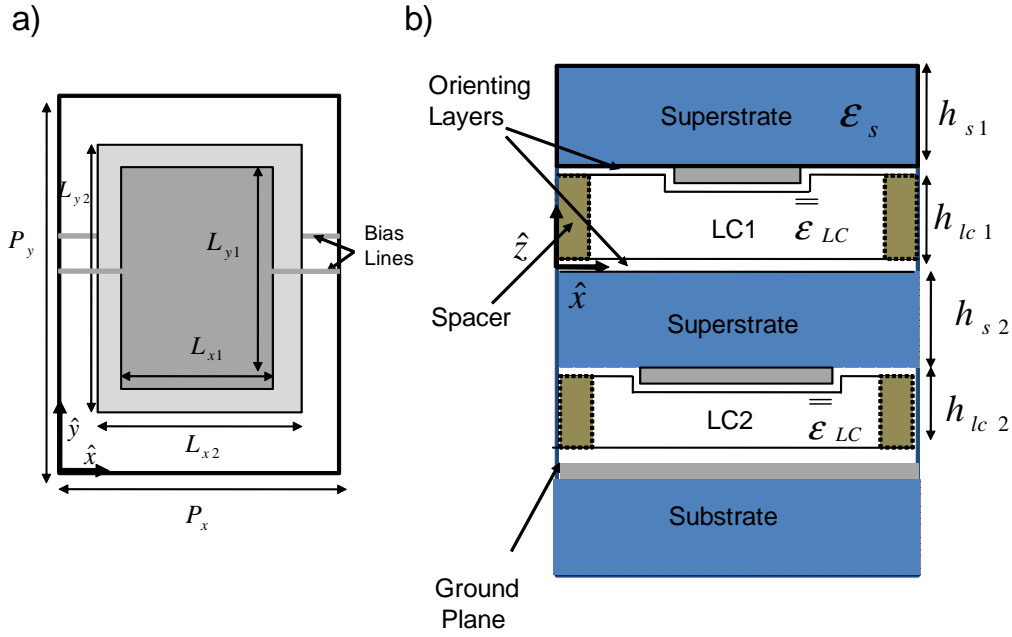


Figura 4.37: Elemento multiresonante multicapa compuesto por dos capas de cristal líquido (2x1). (a) Vista el planta, (b) Vista lateral.

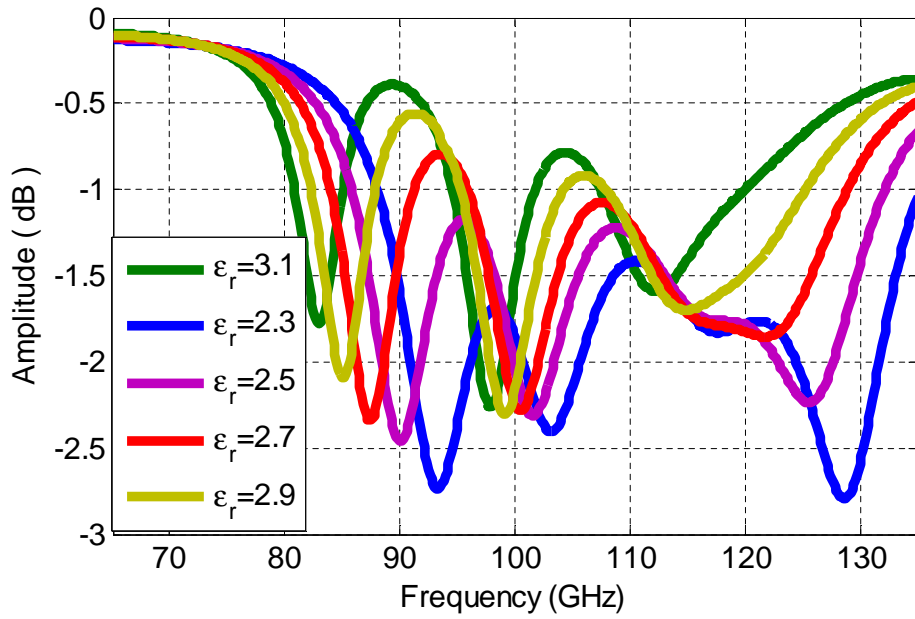
4.6.1. Elemento doble capa y dipolo (2x1) con polarización continua

La figura 4.37 muestra una celda desfasadora compuesta por dos capas de cristal líquido y un elemento conductor por cada capa (2x1). En una primera implementación, se ha realizado un diseño para operar a 100 GHz con el fin de obtener unas buenas prestaciones en banda, rango de fase y pérdidas. Para ello, se ha empleado el cristal líquido que hemos venido considerando hasta ahora para las dos capas de cristal líquido (MDA-03-2838), y un tipo de vidrio de $\epsilon_s = 4,5$ y $tg\delta = 5 \cdot 10^{-3}$ para las dos capas de superestrato. Hay que notar, que el hecho de considerar el mismo dieléctrico tanto en las capas de cristal líquido, como en las de superestrato, reduce el número de grados de libertad del problema, aunque simplifican el proceso de diseño y de construcción de las celdas. Además, se ha asumido que los dos cristales líquidos varían su permitividad de forma continua y de igual forma en ambas capas, lo que complica los circuitos de control de polarización y el diseño. Como ejemplo, si tomamos la celda de la figura 4.37, y asumimos que el plano de masa representa el valor 0 V, para configurar el mismo estado de permitividad en las dos capas de cristal líquido (asociado a la tensión V_2), el valor de tensión a aplicar entre la segunda metalización y el plano de masa resulta trivial, esto es $\pm V_2$. Sin embargo, el valor de tensión

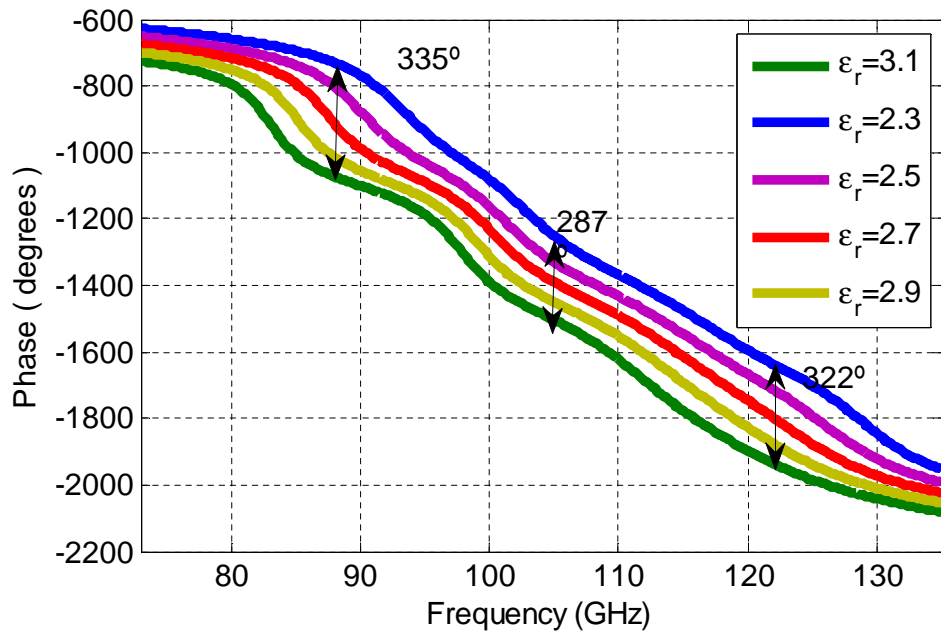
en la primera metalización, V_1 , para obtener una distribución de campo en la primera capa de cristal líquido que configure la permitividad asociada a $\pm V$, depende tanto de la geometría de cuatro capas de dieléctrico (cristal líquido y superestratos), como de sus espesores. De esta forma, los circuitos de control de la polarización deben disponer de una rutina de cálculo dinámica para la misma, basándose en la resolución del problema electroestático multicapa asociado. Dado que usualmente este problema no resulta sencillo de resolver de forma analítica debido a la finitud de los conductores, resulta necesario emplear una aproximación de la solución de este problema, determinada por el problema electroestático del condensador plano multidieléctrico y multiconductor con metalizaciones indefinidas.

El proceso de optimización del elemento se ha llevado a cabo introduciendo las restricciones asociadas a los espesores de los cuatro dieléctricos empleados (cristal líquido y superestrato), con el fin de garantizar que, para todos los estados de fase, siempre exista una tensión de control que configure el estado en las dos capas. Estas restricciones, dependen de la estructura empleada para polarizar los cristales líquidos, que puede disponer de un plano de masa continuo y líneas de control en cada capa, o de un plano de masa segmentado.

La figura 4.38 muestra la respuesta en frecuencia del elemento diseñado tras una optimización sencilla usando métodos de gradiente, y considerando una estructura con plano de masa continuo. Las simulaciones realizadas para el proceso de diseño se han efectuado a través del software CST, considerando metalizaciones centradas de cobre ($\sigma = 5,8 \cdot 10^7$) y de espesor despreciable, y asumiendo la aproximación de homogeneidad e isotropía. Las características dimensionales se resumen en la tabla 4.6. Como puede comprobarse observando la respuesta en amplitud (a), se ha conseguido un solapamiento espectral de cuatro resonancias mediante el uso de dos metalizaciones independientes, lo que en un elemento monocapa compuesto por dos dipolos no resultaría factible, dado que las cuatro resonancias solapadas son resonancias de las metalizaciones de orden superior a la unidad. De esta forma, se consigue un elevado ancho de banda (30 % definido con un margen de error de $\pm 25^\circ$) asociado a un rango de fase de 310° junto con pérdidas óhmicas máximas de 2.7 dB, lo que supone una mejora sustancial respecto al elemento simple.



(a)



(b)

Figura 4.38: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x1 con polarización continua.

Variable	Valor (mm)
P_y, P_x	2, 0,66
L_{y1}, L_{y2}	1,16, 1,8
L_{x1}, L_{x2}	0,096, 0,128
h_{lc1}, h_{lc2}	0,16, 0,342
h_{s1}, h_{s2}	0,256, 0,208

Cuadro 4.6: Valores dimensionales para la celda (2x1) diseñada

4.6.2. Elemento (2x1) y (2x2) con polarización discreta

El elemento de dos capas mostrado en la figura 4.37 permite cuatro estados de fase (2 bits) cuando se polariza de forma discreta. De esta forma, para un diseño óptimo de este elemento, se requeriría sintetizar un rango de fase de 270° con saltos de fase entre estados de 90° en un ancho de banda lo más elevado posible. Sin embargo, para simplificar el diseño, en la optimización se ha optado sólo por la búsqueda del cumplimiento de los saltos de fase entre estados a la frecuencia central (GHz). En ese caso, la figura 4.39 muestra la respuesta en frecuencia obtenida para los cuatro estados de fase posibles, cuyas dimensiones están resumidas en la tabla 4.7, y para el que se ha empleado los mismos materiales que el elemento de dos capas diseñado en el apartado anterior. Como puede comprobarse, se obtiene un 5 % de ancho de banda definiendo a éste con un margen de error de $\pm 45^\circ$.

Para obtener un ancho de banda mayor, junto con un mayor rango de fase que implemente más de una vuelta, sería necesario realizar una optimización más sofisticada. Una vez obtenida la respuesta, la consecución de más estados de fase que cumplan esas características no resulta difícil de implementar, aprovechando para ello la independencia de las resonancias entre dipolos en una misma capa. De esta forma, mediante la unión de dos elementos de doble capa (2x1) con una respuesta en frecuencia adecuada, se forma un elemento (2x2) con un número de estados mayor, que respete cada una de las respuestas de los elementos individuales. Como demostración de este concepto, se ha diseñado una celda 2x2 (figura 4.40) mediante la unión de la celda anterior (figura 4.39 y tabla 4.7), y otra similar diseñada para cubrir los restantes estados intermedios. La figura 4.41 muestra la respuesta en frecuencia de algunos de los 16 estados (4 bits) que se obtienen para las dimensiones dadas en la tabla 4.8.

Por último, resulta de interés analizar el efecto que una discretización de 2 bits impone en el diagrama. Por ello, de igual forma a los casos anteriores de 1 y 3 bits, las figuras 4.42 y 4.43 muestran las fases discretizadas para los dos tipos de antena considerados, cuyos diagramas copolares son mostrados en las

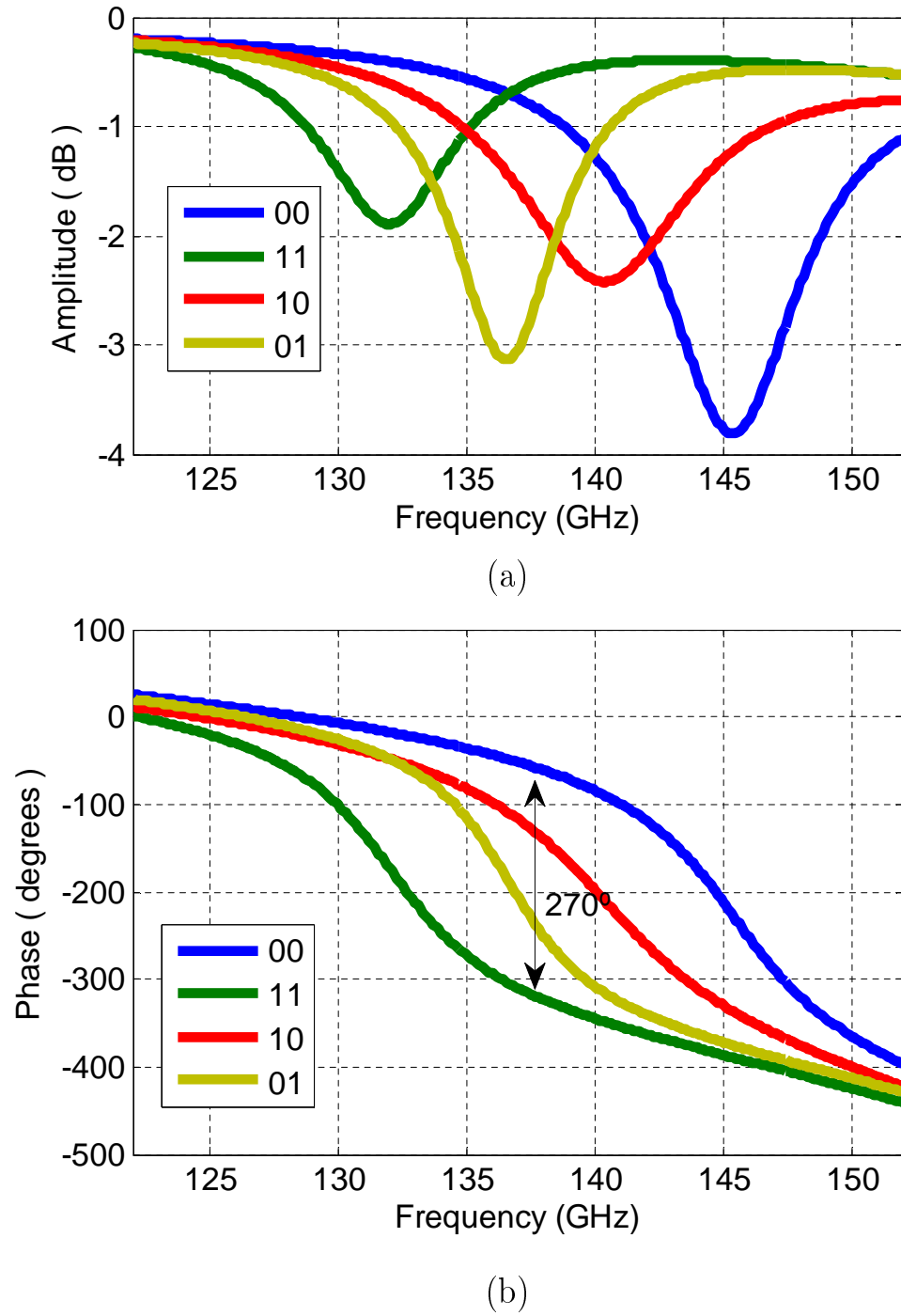


Figura 4.39: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x1 con polarización discreta. Estados $(e_{capa1}, e_{capa2}) = "1"$ ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$)

Variable	Valor (mm)
P_y, P_x	1,25, 0,41
L_{y1}, L_{y2}	0,75, 1
L_{x1}, L_{x2}	0,125, 0,125
h_{lc1}, h_{lc2}	0,125, 0,125
h_{s1}, h_{s2}	0,2, 0,2

Cuadro 4.7: Valores dimensionales para la celda (2x1) diseñada para operar con estados discretos

Variable	Valor (mm)
P_y, P_x	1,25, 0,82
$L_{y11}, L_{y12}, L_{y21}, L_{y22}$	0,75, 1, 0,6, 0,9
$L_{x11}, L_{x12}, L_{x21}, L_{x22}$	0,125, 0,125, 0,125, 0,125
h_{lc1}, h_{lc2}	0,125, 0,125
h_{s1}, h_{s2}	0,2, 0,2

Cuadro 4.8: Valores dimensionales para la celda (2x2) diseñada para operar con estados discretos

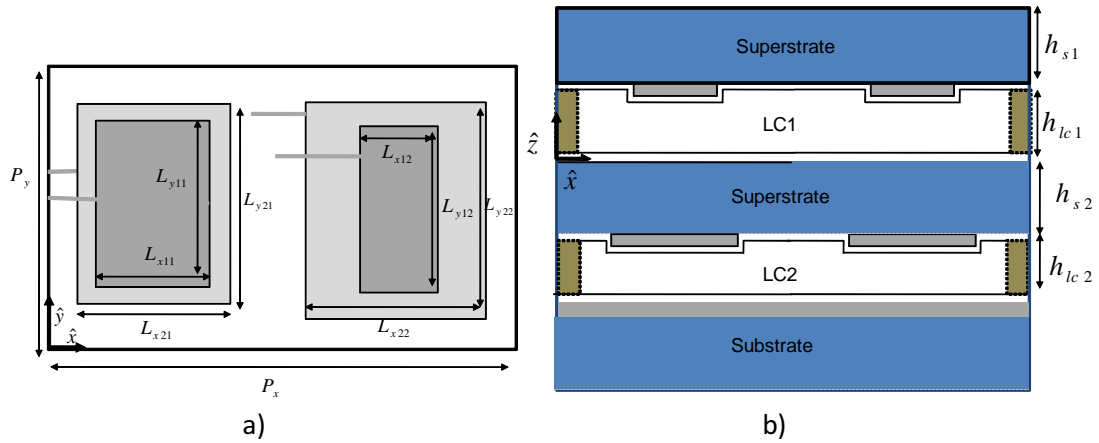


Figura 4.40: Elemento multiresonante multicapa compuesto por dos capas de cristal líquido y dos metalizaciones por capa (2x2). (a) Vista el planta, (b) Vista lateral.

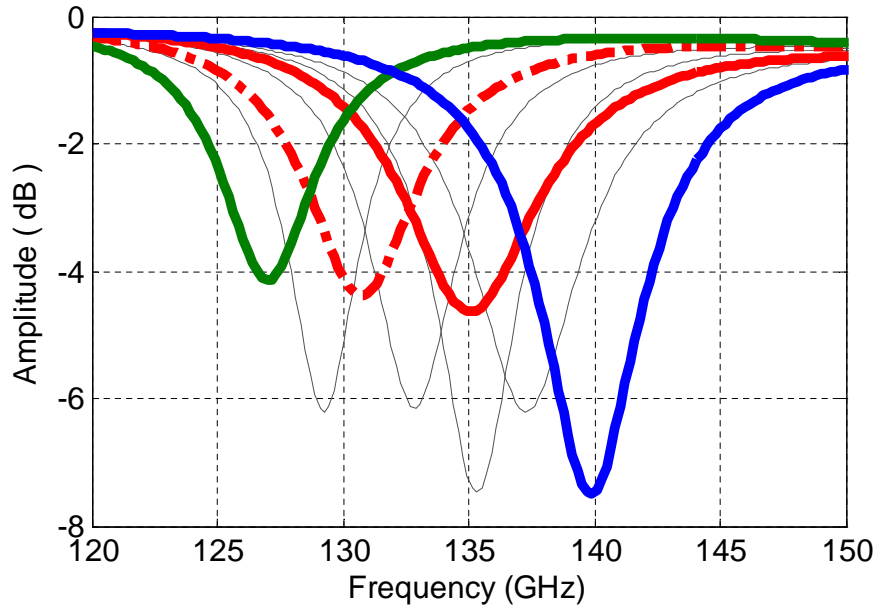
figuras 4.44 y 4.45. Como puede comprobarse, la pérdida de ganancia en el pincel debida a la discretización de 2 bits resulta aceptable (1 dB), mientras que sus lóbulos secundarios aumentan sólo 3 dB, lo que en la mayoría de los casos puede ser también admisible. Respecto a su capacidad de apuntamiento, tampoco se ve afectada por esta discretización. En cuanto al diagrama conformado, se comprueba que la degradación puede resultar razonable si las especificaciones de éste no son muy restrictivas. De este modo, el nivel de discretización de 2 bits puede resultar ser un buen compromiso entre precisión en el diagrama y simplicidad de la antena.

4.7. Resumen

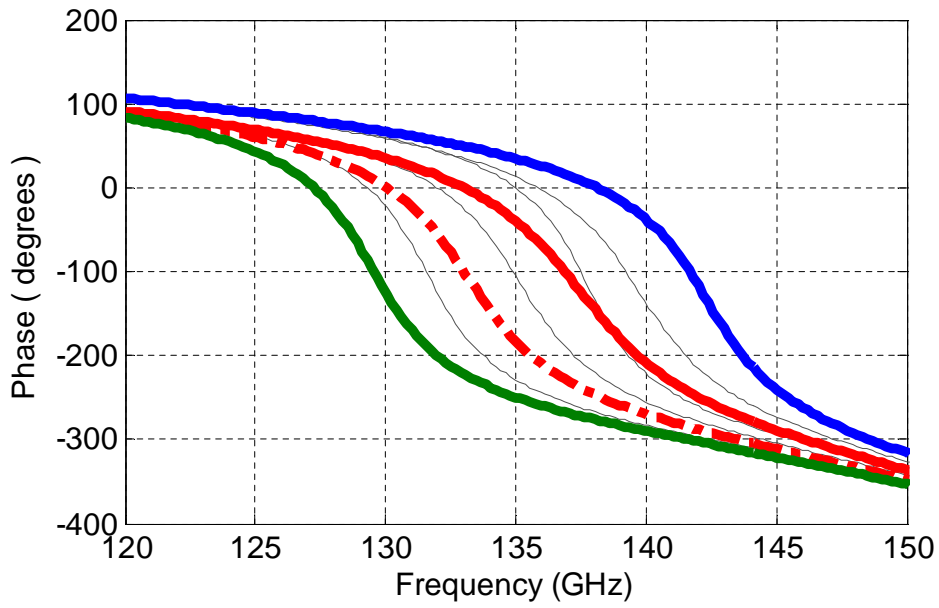
Este capítulo, se ha centrado en el diseño de diferentes tipos de elementos desfasadores reconfigurables basados en cristal líquido válidos para reflectarrays. En primer lugar, basándonos en el comportamiento físico de los cristales líquidos estudiado en el capítulo anterior, se ha propuesto un modelado electromagnético que tiene en cuenta, tanto los efectos inherentes de la anisotropía del cristal líquido, como los asociados a la inhomogeneidad producida por la propia geometría de las celdas, llegando a que esta última puede ser descrita mediante un número reducido de muestras de permitividad. Basándonos en este modelo, se han evaluado los errores que se comenten en la computación del campo reflejado cuando se asume la aproximación de homogeneidad e isotropía para diversos tamaños del parche, concluyendo que éstos aumentan conforme la estructura del parche tiende a ser de tipo dipolo. Sin embargo, el uso de elementos compuestos por metalizaciones tipo dipolo es adecuado, tanto para disminuir los acoplos capacitivos entre elementos que producen errores de fase en la superficie de la antena, como para conseguir rangos de fase más elevados que los parches rectangulares, por lo que para obtener eficiencia computacional en el diseño, resulta necesario adoptar una estructura que suponga un buen compromiso entre ambos criterios siempre que la aplicación lo permita.

Seguidamente, se han descrito diferentes estrategias para la polarización del cristal líquido en el reflectarray, planteando la polarización en contrafase como una estrategia adecuada que permite reducir los tiempos de conmutación. Con el mismo objetivo, también se ha propuesto el empleo de celdas formadas por dos pares de electrodos ortogonales, a fin de obtener un control de los tiempos de conmutación “on-off” que no resulta factible en la celda formada por sólo dos electrodos.

El primero de los elementos diseñados ha correspondido con una celda resonante simple, compuesta por



(a)



(b)

Figura 4.41: (a) Amplitud y (b) fase del coeficiente de reflexión en incidencia normal como una función de la frecuencia para la celda 2x2 con polarización discreta. Estados $(e_{capa11}, e_{capa12}, e_{capa21}, e_{capa22}) = "1"$ ($\epsilon_r = 3,1$), "0" ($\epsilon_r = 2,3$). Azul: Estado de mínima permitividad. Verde: Estado de máxima permitividad. Rojo: Estados intermedios de 90° y 180° . Gris: Otros estados intermedios.

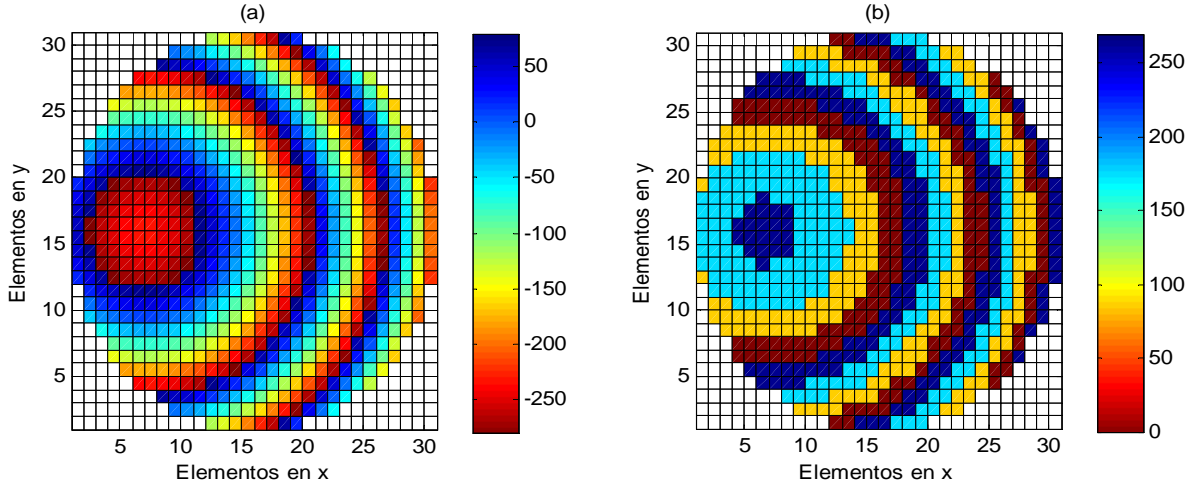


Figura 4.42: Fases ideales para un pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 2 bits.

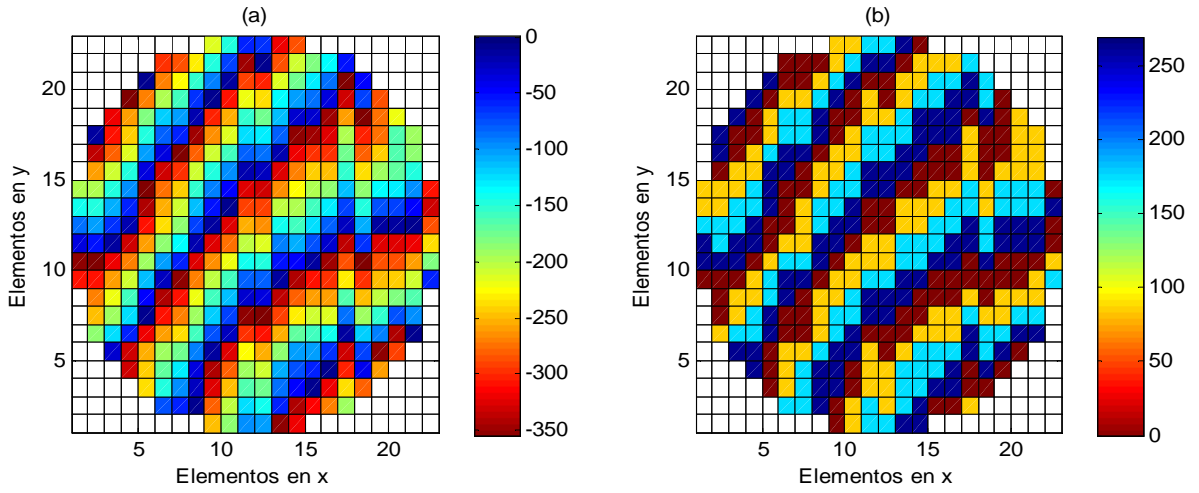


Figura 4.43: Fases ideales para el diagrama conformado sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Fases continuas (b) Fases discretizadas a 2 bits.

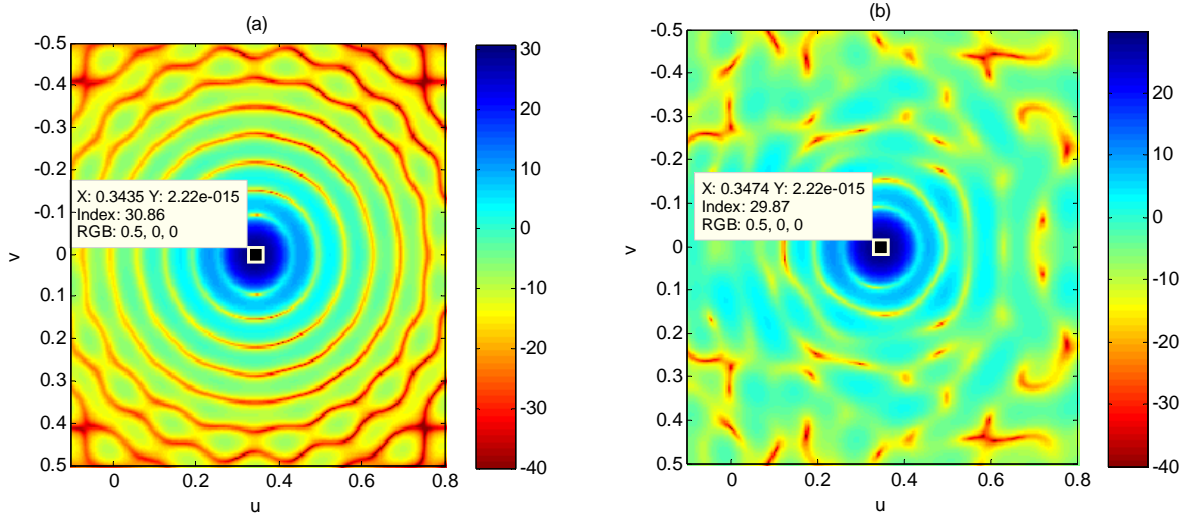


Figura 4.44: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u - v para la componente copolar (CP) del pincel apuntando a $\theta = 20^\circ$, $\phi = 0^\circ$. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 2 bits.

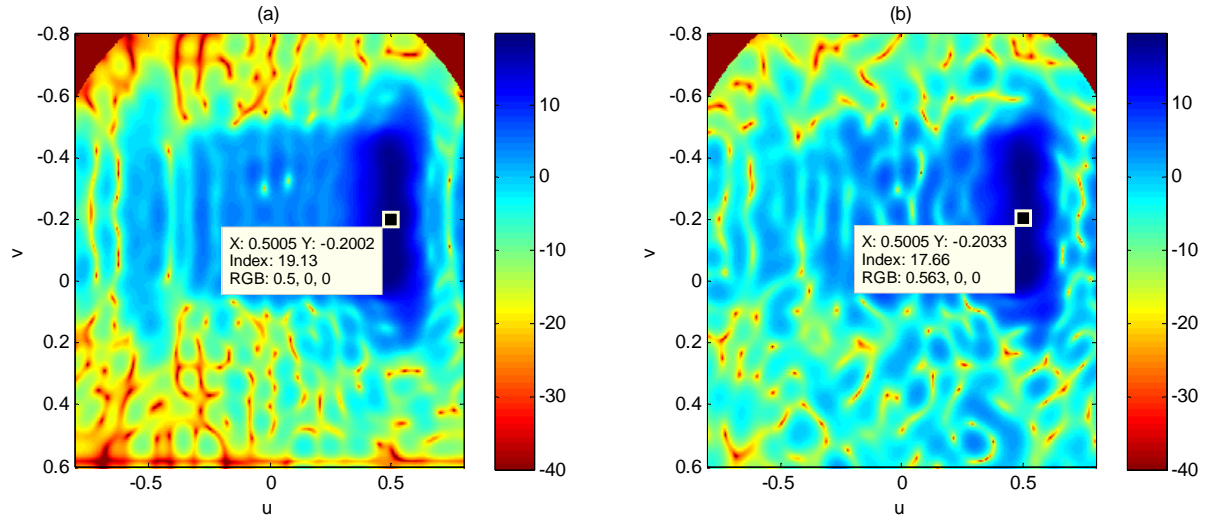


Figura 4.45: Diagrama de radiación de ganancia en coordenadas u - v para la componente copolar (CP) del haz sectorial en azimuth y cosecante cuadrado en elevación. (a) Diagrama con las fases continuas (b) Diagrama con las fases discretizadas a 2 bits.

una única metalización, y dimensionada para operar a la frecuencia de 135 GHz usando el cristal líquido comercial MDA-03-2838. Para ésta, se han evaluado las prestaciones en cuanto a rango de fase, ancho de banda y pérdidas, observado la limitación inherente al comportamiento resonante de la estructura, que implica un aumento de las pérdidas óhmicas y una reducción del ancho de banda conforme se pretende disponer de un rango de fase cada vez más elevado. Para el modelo de cristal líquido empleado, se llega a un rango de fase de 300° , asociado a pérdidas óhmicas máximas de 11 dB y un comportamiento monocromático.

Para superar estas limitaciones, se ha propuesto el uso de celdas multiresonantes que proporcionan un mayor número de resonancias y de grados de libertad que permitan efectuar un solapamiento espectral para conformar la respuesta en frecuencia de una forma requerida. Se han diseñado dos elementos multiresonantes usando el mismo modelo comercial de cristal líquido que para el elemento simple, uno monocapa compuesto por tres dipolos paralelos (1x3), y otro multicapa formado por dos capas de cristal líquido (2x1). Para éstos, se ha realizado una optimización con el fin de obtener un buen compromiso entre rango de fase, banda y pérdidas, llegando a un rango de fase de 450° asociado a un ancho de banda del 7,5 % y unas pérdidas óhmicas máximas de 7,5 dB para el elemento 3x1, y a un rango de fase de 310° asociado a unas pérdidas máximas de 2,5 dB y un ancho de banda del 30 % para el elemento 2x1. Ambos diseños suponen una considerable mejora respecto a las prestaciones que proporciona el elemento simple.

Por otra parte, con el fin de evitar la inestabilidad de los estados intermedios de cristal líquido, se ha propuesto el empleo sólo de los estados extremos del cristal líquido para cada resonador, produciéndose por ende una discretización de la fase en los elementos, dependiente del número de metalizaciones que pueden ser excitadas de forma independiente mediante la correspondiente tensión de control discreta. Para los elementos multiresonantes diseñados, se han evaluado las prestaciones en su formato discreto, concluyendo que los elementos monocapa sólo pueden proporcionar un funcionamiento discretizado en un número de bits menor que el máximo que pueden proporcionar, y en un ancho de banda muy limitado, siendo necesario recurrir a estructuras multicapa para llegar a mejores respuestas. Finalmente, los efectos de la discretización de la fase en la radiación del reflectarray también se han discutido para dos tipos de diagrama, pincel y conformado, concluyendo que una discretización de 2 bits puede resultar ser un buen compromiso entre precisión en el diagrama y simplicidad de la antena.

Capítulo 5

Conclusiones

La propiedad que tienen los cristales líquidos de variar su constante dieléctrica respecto a un sistema coordinado definido, como consecuencia de una reorientación de las moléculas que lo forman cuando son excitados por un campo electrostático externo, ha suscitado un enorme interés en aplicaciones tecnológicas. De forma particular, en el campo de los reflectarrays, este tipo de materiales permiten concebir antenas reconfigurables de forma electrónica para generar un haz reconfigurable o de barrido para diversos tipos de aplicaciones: radar, comunicaciones por satélite, comunicaciones terrenales, etc. La gran ventaja de estas sustancias, reside en que sus propiedades eléctricas mejoran conforme la frecuencia de trabajo aumenta, mostrándose como una de las pocas tecnologías que permiten ofrecer capacidad de reconfigurabilidad a frecuencias superiores a 70 GHz.

En un reflectarray basado en cristal líquido, las prestaciones de la antena dependen tanto de la geometría de las celdas que la componen, como de las propiedades eléctricas del cristal líquido, que se traducen en los dos valores complejos de la permitividad que determinan la anisotropía del material. Para la estructura de celda más sencilla, formada por un único parche resonante, el modelo electromagnético que se suele adoptar para el cristal líquido en el análisis de las celdas, asume homogeneidad e isotropía para cada estado de permitividad, lo que produce errores en la computación del campo reflejado dado que no se reproduce con fidelidad el comportamiento físico de los cristales líquidos en la celda. Así, se ha propuesto un modelado electromagnético que tiene en cuenta, tanto los efectos inherentes de la anisotropía del cristal líquido, como los asociados a la inhomogeneidad producida por la propia geometría

de las celdas, llegando a que esta última puede ser descrita mediante un número reducido de muestras de permitividad. Basándonos en este modelo, se han evaluado los errores que se comenten en la computación del campo reflejado cuando se asume la aproximación de homogeneidad e isotropía para diversos tamaños del parche, concluyendo que éstos aumentan conforme la estructura del parche tiende a ser de tipo dipolo. Sin embargo, también se ha deducido que el uso de elementos compuestos por dipolos es adecuado tanto para disminuir los acoplos capacitivos entre elementos, como para conseguir rangos de fase más elevados que los parches rectangulares, por lo que para obtener eficiencia computacional en el diseño, resulta necesario adoptar una estructura que suponga un buen compromiso entre ambos criterios siempre que la aplicación lo permita.

De la evaluación de las prestaciones del elemento resonante simple, se ha observado la limitación inherente al comportamiento resonante de la estructura, que implica un aumento de las pérdidas óhmicas y una reducción del ancho de banda conforme se pretende disponer de un rango de fase cada vez más elevado. Para los modelos convencionales de cristal líquido, se puede obtener un rango de fase máximo de 300° , asociado a pérdidas óhmicas muy elevadas y un comportamiento monocromático.

Para superar estas limitaciones, se ha propuesto el uso de celdas multiresonantes que proporcionen un mayor número de resonancias y de grados de libertad que permitan efectuar un solapamiento espectral para conformar la respuesta en frecuencia de una forma requerida. De entre todas ellas, una familia con un enorme interés práctico corresponde a las celdas monocapa ($1 \times N$), debido a que el proceso de fabricación de un reflectarray basado en ellas es igual al compuesto por elementos simples, facilitando así su proceso de construcción respecto a estructuras multicapa. Del estudio de este tipo de elementos, se ha concluido que las celdas formadas por 3 dipolos paralelos permiten conseguir rangos de fase mayores de 360° asociado a anchos de banda elevados (7 %) y pérdidas óhmicas más reducidas que en el elemento simple. No obstante, al contrario de lo que sucede en estructuras multicapa, existe una limitación en cuanto al número de metalizaciones independientes que este tipo de elementos permiten incorporar en un periodo, dado que las dimensiones para este último están limitadas por la aparición de armónicos superiores propagantes. Consecuentemente, se producen ciertas limitaciones concernientes a ancho de banda, rango de fase o pérdidas, siendo necesario recurrir a estructuras multicapa si se requieren anchos de banda mayores del 7 % asociados a rangos de fase elevados y a una reducción de las pérdidas óhmicas aún más pronunciada.

Otro tipo de limitación de las celdas monocapa reside en que no permiten un control de los tiempos de

transición “on-off”, que únicamente dependen del valor de los parámetros intrínsecos del cristal líquido, y que son los que limitan el comportamiento dinámico de las celdas. Para mejorar este aspecto, se han planteado dos estrategias. La primera, consiste en polarizar las celdas en contrafase, garantizando la orientación molecular de reposo en los límites de la celda y en regiones más próximas a las películas orientadoras, ayudando así al proceso de relajación. Sin embargo, la mejora de los tiempos “on-off” para esta estrategia es limitada, por lo que la segunda estrategia propuesta consiste en el empleo de celdas formadas por dos pares de electrodos ortogonales, a fin de obtener un control independiente de los tiempos de conmutación “on-off” mediante la aplicación de un campo con polarización ortogonal al de excitación. En ese caso, tal y como ocurre con el tiempo de transición “off-on” en la celda resonante simple, el valor del tiempo de relajación “on-off” puede ser reducido lo que se desee mediante la aplicación de un campo eléctrico de polarización ortogonal cada vez más intenso.

En cuanto a la limitación de las celdas referente a la inestabilidad de los estados intermedios del cristal líquido en función de la temperatura, que suele implicar el uso de sistemas de control térmico que aumentan la complejidad y el coste del sistema, se ha propuesto el empleo sólo de los estados extremos del cristal líquido para cada resonador. Este hecho, produce una discretización de la fase en los elementos, dependiente del número de metalizaciones que pueden ser excitadas de forma independiente mediante la correspondiente tensión de control discreta. Para los elementos multiresonantes diseñados, se han evaluado las prestaciones en su formato discreto, concluyendo que los elementos monocapa sólo pueden proporcionar un funcionamiento discretizado en un número de bits menor que el máximo que pueden ofrecer, y en un ancho de banda muy limitado, siendo necesario recurrir a estructuras multicapa para llegar a mejores respuestas. Finalmente, también se han discutido los efectos de la discretización de la fase en la radiación del reflectarray para dos tipos de diagrama, pincel y conformado, concluyendo que una discretización de 2 bits puede resultar ser un buen compromiso entre precisión en el diagrama y simplicidad de la antena.

Bibliografía

- [1] D. Berry, R. Malech, and W. Kennedy, “The reflectarray antenna,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 11, no. 6, pp. 645–651, Nov. 1963. [1](#), [2](#)
- [2] J. Huang and J. Encinar, *Reflectarray Antennas*. Wiley, 2007. [1](#), [33](#)
- [3] D. M. Pozar and T. A. Metzler, “Analysis of a reflectarray antenna using microstrip patches of variable size,” *Electronics Letters*, vol. 29, no. 8, pp. 657–658, Apr. 15, 1993. [2](#), [90](#)
- [4] D. M. Pozar and S. D. Targonski, “A microstrip reflectarray using crossed dipoles,” in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 2, Jun. 21–26, 1998, pp. 1008–1011. [2](#)
- [5] M. Bozzi, S. Germani, and L. Perregrini, “Performance comparison of different element shapes used in printed reflectarrays,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 2, no. 1, pp. 219–222, 2003. [2](#)
- [6] N. Misran, R. Cahill, and V. F. Fusco, “Design optimisation of ring elements for broadband reflectarray antennas,” *IEE Proceedings -Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 150, no. 6, pp. 440–444, Dec. 2003. [2](#)
- [7] D. Pozar and D. Schaubert, “Analysis of an infinite array of rectangular microstrip patches with idealized probe feeds,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 10, pp. 1101–1107, Oct. 1984. [2](#)
- [8] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, “Techniques for analyzing frequency selective surfaces-a review,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 12, pp. 1593–1615, Dec. 1988. [2](#), [25](#), [34](#)

- [9] C. Wan and J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structure," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 11, p. 1233, Nov. 1995. [2](#)
- [10] R. Munson, H. Haddad, and J. Hanlen, "Microstrip reflectarray for satellite communication and radar cross-section enhancement or reduction," *Patent US 4684952*, 1987. [2](#)
- [11] J. Huang, "Bandwidth study of microstrip reflectarray and a novel phased reflectarray concept," in *Proc. AP-S Antennas and Propagation Society International Symposium Digest*, vol. 1, Jun. 18–23, 1995, pp. 582–585. [2](#), [6](#)
- [12] D. M. Pozar, "Bandwidth of reflectarrays," *Electronics Letters*, vol. 39, no. 21, pp. 1490–1491, Oct. 16, 2003. [2](#), [6](#)
- [13] J. Encinar, "Printed circuit technology multi-layer planar reflector and method for the design thereof," *European Patent EP 1 120 856 A1*, June, 1999. [2](#)
- [14] J. A. Encinar, "Design of two-layer printed reflectarrays using patches of variable size," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 10, pp. 1403–1410, Oct. 2001. [2](#), [104](#)
- [15] J. A. Encinar and J. A. Zornoza, "Broadband design of three-layer printed reflectarrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 7, pp. 1662–1664, Jul. 2003. [2](#), [33](#), [108](#)
- [16] E. Carrasco, J. A. Encinar, and M. Barba, "Bandwidth improvement in large reflectarrays by using true-time delay," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 8, pp. 2496–2503, Aug. 2008. [2](#), [6](#)
- [17] J. Huang and R. J. Pogorzelski, "A ka-band microstrip reflectarray with elements having variable rotation angles," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 5, pp. 650–656, May 1998. [2](#)
- [18] Z. H. Wu, W. X. Zhang, Z. G. Liu, and W. Shen, "Circularly polarised reflectarray with linearly polarised feed," *Electronics Letters*, vol. 41, no. 7, pp. 387–388, Mar. 31, 2005. [2](#)
- [19] M. E. Bialkowski and H. J. Song, "Dual linearly polarized reflectarray using aperture coupled microstrip patches," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 3, Jul. 8–13, 2001, pp. 486–489. [2](#)

- [20] J. A. Encinar, L. S. Datashvili, J. A. Zornoza, M. Arrebola, M. Sierra-Castaner, J. L. Besada-Sanmartin, H. Baier, and H. Legay, "Dual-polarization dual-coverage reflectarray for space applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 10, pp. 2827–2837, Oct. 2006. [2](#)
- [21] D. I. Wu, R. C. Hall, and J. Huang, "Dual-frequency microstrip reflectarray," in *Proc. AP-S Antennas and Propagation Society International Symposium Digest*, vol. 4, Jun. 18–23, 1995, pp. 2128–2131. [2](#)
- [22] J. A. Encinar, "Design of a dual frequency reflectarray using microstrip stacked patches of variable size," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 12, pp. 1049–1050, Jun. 6, 1996. [2](#)
- [23] M. R. Chaharmir, J. Shaker, and M. Cuhaci, "Development of a dual band circularly polarized microstrip reflectarray," in *Proc. 33rd European Microwave Conference*, Oct. 2003, pp. 1075–1078. [2](#)
- [24] D. M. Pozar, S. D. Targonski, and R. Pokuls, "A shaped-beam microstrip patch reflectarray," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 47, no. 7, pp. 1167–1173, Jul. 1999. [2](#)
- [25] J. A. Encinar and J. A. Zornoza, "Three-layer printed reflectarrays for contoured beam space applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 5, pp. 1138–1148, May 2004. [2](#)
- [26] E. Carrasco, M. Arrebola, J. A. Encinar, and M. Barba, "Demonstration of a shaped beam reflectarray using aperture-coupled delay lines for lmds central station antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 10, pp. 3103–3111, Oct. 2008. [2](#)
- [27] B. Mencagli, R. V. Gatti, L. Marcaccioli, and R. Sorrentino, "Design of large mm-wave beam-scanning reflectarrays," in *Proc. European Microwave Conference*, vol. 3, Oct. 4–6, 2005, p. 4pp. [2](#), [3](#)
- [28] J. R. Profera and E. Charles, "Active reflectarray antenna for communication satellite frequency re-use," *US Patent 5280197*, Jan. 1994. [2](#), [3](#)
- [29] M. Bialkowski, A. W. Robinson, and Song, "Design, development and testing of x-band amplifying reflectarrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, pp. 1065–1076, Aug. 2002. [2](#)

- [30] C. Chekroun, "Reflectarray à balayage électronique pour radar sur microsatellite," *JINA Conference*, 2004. 3
- [31] P. V. Rainey, M. Bain, R. Jackson, S. N. Mitchell, D. Linton, V. F. Fusco, and H. S. Gamble, "Design, manufacture and performance of monolithic pin diodes for beam steered reflectarray," in *Proc. Second European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2007*, 11–16 Nov. 2007, pp. 1–5. 3
- [32] R. Richards, "Integrated microelectromechanical phase shifting reflectarray antenna," *US Patent 6195047*, 2001. 3
- [33] G. M. Rebeiz, G.-L. Tan, and J. S. Hayden, "Rf mems phase shifters: design and applications," *IEEE Microwave Magazine*, vol. 3, no. 2, pp. 72–81, Jun. 2002. 3
- [34] H. Zhang, A. Laws, K. Gupta, Y. Lee, and V. Bright, "Mems variable-capacitor phase-shifters. part ii: Reflection type phase-shifters," *International Journal Of RF and Microwave Computer Aided Engineering*, vol. 13, no. 5, 2003. 3
- [35] L. Marcaccioli, B. Mencagli, R. Vicenti Gatti, T. Feger, T. Purtova, H. Schumacher, and R. Sorrentino, "Beam steering mems mm-wave reflectarrays," *MEMSWAVE 2006*, no. 27-30, June 2006. 3
- [36] S. V. Hum, G. McFeetors, and M. Okoniewski, "Integrated mems reflectarray elements," in *Proc. First European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2006*, 6–10 Nov. 2006, pp. 1–6. 3
- [37] L. Boccia, F. Venneri, G. Amendola, and G. Di Massa, "Experimental investigation of a varactor loaded reflectarray antenna," in *Proc. IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1, 2–7 June 2002, pp. 69–71. 3
- [38] S. V. Hum and M. Okoniewski, "An electronically tunable reflectarray using varactor diode-tuned elements," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 2, Jun. 20–25, 2004, pp. 1827–1830. 3
- [39] M. Riel and J. J. Laurin, "Design of a c-band reflectarray element with full phase tuning range using varactor diodes," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Volume 3A,&–8 July 2005, pp. 622–625. 3

- [40] E. Girard, R. Moulinet, R. Gillard, and H. Legay, "An fdtd optimization of a circularly polarized reflectarray unit cell," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 3, 16–21 June 2002, p. 136. [3](#)
- [41] R. Richards, E. Dittrich, O. Kesler, and J. Grimm, "Microstrip phase shifting reflectarray antenna," *US Patent 6020853*, Feb 2000. [3](#)
- [42] H. Legay, G. Caille, E. Girard, P. Pons, H. Aubert, E. Perret, P. Calmon, J. Polizzi, J.-P. Ghesquiers, D. Cadoret, and R. Gillard, "Mems controlled linearly polarised reflectarray elements," *12th International symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM)*, July, 2006. [3](#)
- [43] R. York, A. Nagra, E. Erker, T. Taylor, P. Peroaswamy, J. Speck, S. Streiffer, and O. Auciello, "Microwave integrated circuits using thin-film bst," *Proceedings of the 2000 12th IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics*, vol. 1, pp. 195–200, 2000. [4](#)
- [44] A. Borgioli, Y. Liu, A. S. Nagra, and R. A. York, "Low-loss distributed mems phase shifter," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 10, no. 1, pp. 7–9, 2000. [4](#)
- [45] R. Romanofsky, J. Bernhard, F. van Keuls and F.A. Miranda, G. Washington, and C. Canedy, "K-band phased array antennas based on basrtio thin-film phase shifters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 2504–2510, 2000. [4](#)
- [46] S. Mueller, A. Penirschke, C. Damm, P. Scheele, M. Wittek, C. Weil, and R. Jakoby, "Broad-band microwave characterization of liquid crystals using a temperature-controlled coaxial transmission line," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, no. 6, pp. 1937–1945, Jun. 2005. [5](#), [68](#), [69](#)
- [47] M. Y. Ismail and R. Cahill, "Application of liquid crystal technology for electronically scanned reflectarrays," in *Proc. Asia-Pacific Conference on Applied Electromagnetics APACE 2005*, Dec. 20–21, 2005, p. 4pp. [5](#)
- [48] D. Dolfi, M. Labeyrie, P. Joffre, and J. P. Huignard, "Liquid crystal microwave phase shifter," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 10, pp. 926–928, 1993. [5](#)

- [49] K. C. Lim, J. D. Margerum, and A. M. Lackner, "Liquid crystal millimeter wave electronic phase shifter," *Applied Physics Letters*, vol. 62, no. 10, pp. 1065–1067, 1993. [5](#)
- [50] S. Mueller, C. Felber, P. Scheele, M. Wittek, C. Hock, and R. Jakoby, "Passive tunable liquid crystal finline phase shifter for millimeter waves," in *Proc. European Microwave Conf*, vol. 1, 2005. [5](#)
- [51] S. Muller, P. Scheele, C. Weil, M. Wittek, C. Hock, and R. Jakoby, "Tunable passive phase shifter for microwave applications using highly anisotropic liquid crystals," in *Proc. IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2, Jun. 6–11, 2004, pp. 1153–1156. [5](#), [6](#)
- [52] N. Martin, P. Laurent, C. Person, P. Gelin, and F. Huret, "Patch antenna adjustable in frequency using liquid crystal," in *Proc. 33rd European Microwave Conf*, vol. 2, 2003, pp. 699–702. [6](#)
- [53] R. Marin, A. Moessinger, J. Freese, S. Muller, and R. Jakoby, "Basic investigations of 35 ghz reflectar-rays and tunable unit-cells for beam steering applications," in *Proc. European Microwave Conference*, vol. 3, Oct. 4–6, 2005, p. 4pp. [6](#)
- [54] A. Moessinger, R. Marin, S. Mueller, J. Freese, and R. Jakoby, "Electronically reconfigurable reflectarrays with nematic liquid crystals," *Electronics Letters*, vol. 42, no. 16, pp. 899–900, Aug. 2006. [6](#)
- [55] A. Moessinger, R. Marin, D. Eicher, R. Jakoby, and H. Schlaak, "Liquid crystal reflectarray with electronic 2d-reconfiguration capability," *29th ESA Antenna Workshop on Multiple Beams and Reconfigurable Antennas*, pp. 67–70, April, 2007. [6](#), [87](#)
- [56] M. Y. Ismail, W. Hu, R. Cahill, V. F. Fusco, H. S. Gamble, D. Linton, R. Dickie, S. P. Rea, and N. Grant, "Phase agile reflectarray cells based on liquid crystals," *IET Microwaves, Antennas Propagation*, vol. 1, no. 4, pp. 809–814, Aug. 2007. [7](#), [68](#)
- [57] W. Hu, M. Y. Ismail, R. Cahill, H. S. Gamble, R. Dickie, V. F. Fusco, D. Linton, S. P. Rea, and N. Grant, "Tunable liquid crystal reflectarray patch element," *Electronics Letters*, vol. 42, no. 9, pp. 509–511, 27 April 2006. [7](#)
- [58] A. Moessinger, R. Marin, J. Freese, S. Mueller, A. Manabe, and R. Jakoby, "Investigations on 77 ghz tunable reflectarray unit cells with liquid crystal," in *Proc. First European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2006*, 6–10 Nov. 2006, pp. 1–4. [7](#), [68](#)

- [59] W. Hu, M. Y. Ismail, R. Cahill, J. A. Encinar, V. F. Fusco, H. S. Gamble, R. Dickie, D. Linton, N. Grant, and S. P. Rea, "Electronically reconfigurable monopulse reflectarray antenna with liquid crystal substrate," in *Proc. Second European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2007*, 11–16 Nov. 2007, pp. 1–6. [7](#)
- [60] R. Marin, A. Moessinger, F. Goelden, S. Mueller, and R. Jakoby, "77 ghz reconfigurable reflectarray with nematic liquid crystal," in *Proc. Second European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2007*, 11–16 Nov. 2007, pp. 1–5. [7](#), [8](#)
- [61] R. Pan, T. Tsai, C. Y. Chen, and C. Pan, "Optical constant of two typical liquid crystal 5cb and pch5 in the thz frequency range," *J. Biol Phys*, vol. 23, no. 2, pp. 335–338, 2003. [8](#)
- [62] W. Hu, R. Cahill, J. A. Encinar, R. Dickie, H. Gamble, V. Fusco, and N. Grant, "Design and measurement of reconfigurable millimeter wave reflectarray cells with nematic liquid crystal," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 10, pp. 3112–3117, Oct. 2008. [8](#), [74](#)
- [63] C. Wan and J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structures," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 11, pp. 1233–1242, Nov. 1995. [25](#), [29](#)
- [64] CST Microwave Studio. [Online]. Available: www.cst.com [34](#)
- [65] HFSS. [Online]. Available: <http://www.ansoft.com/> [34](#)
- [66] O. M. Bucci, G. Franceschetti, G. Mazzarella, and G. Panariello, "Intersection approach to array pattern synthesis," *IEE Proceedings H Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 137, no. 6, pp. 349–357, 1990. [35](#)
- [67] J. A. Zornoza and J. Encinar, "Efficient phase - only synthesis of contoured - beam patterns for very large reflectarrays," *International Journal of RF and Microwave Computer - Aided Engineering*, vol. 14, pp. 415–423, 2004. [35](#)
- [68] —, "Multi - layer printed reflectarrays as an alternative to shaped reflectors," in *24th ESTEC Antenna Workshop on Innovative Periodic Antennas*, Noordwijk, Holland, May, 2001, pp. 243–247. [35](#)

- [69] L. I. Vaskelainen, “Phase synthesis of conformal array antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 6, pp. 987–991, 2000. [36](#)
- [70] Y. Rahmat-Samii, “Useful coordinate transformations for antenna applications,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 27, no. 4, pp. 571–574, 1979. [38](#)
- [71] J. A. Encinar Garcinuño, “Estudio de estructuras escalonadas en guía de onda radiando en semiespacio abierto mediante formulación híbrida modal-espectral,” Ph.D. dissertation, ETSIT, Universidad Politécnica de Madrid, 1985. [39](#)
- [72] J. A. Encinar, “Analysis and cad techniques for periodic leaky - wave printed antennas: Numerical and experimental results,” *International Journal of Microwave and Millimeter - Wave Computer - Aided Engineering*, vol. 4, no. 1, pp. 88–99, 1994. [40](#)
- [73] P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, 2nd ed. Clarendon Press, 1995. [43](#), [50](#), [52](#)
- [74] P. Oswald and P. Pieranski, *Nematic and Smectic Liquid Crystals*, G. W. Gray, J. Goodby, and A. Fukuda, Eds. Taylor & Francis, 2005. [43](#), [67](#), [85](#)
- [75] P. Morse and F. H., *Methods of Theoretical Physics*, 1953. [58](#)
- [76] A. Sonin, *The Surface Physics of Liquid Crystals*. Gordon and Breach, 1995. [63](#)
- [77] K. Takato, M. Hasegawa, M. Koden, N. Itoh, R. Hasegawa, and M. Sakamoto, *Alignment Technologies and Applications of Liquid Crystals*. Taylor & Francis, 2005. [63](#)
- [78] V. Chigrinov, V. Kozenkov, and H. Kwok, *Photoalignment of Liquid Crystalline Materials: Physics and Applications*. John Wiley, 2008. [64](#)
- [79] A. Penirschke, S. Muller, P. Scheele, C. Weil, M. Wittek, C. Hock, and R. Jakoby, “Cavity perturbation method for characterization of liquid crystals up to 35 ghz,” in *Proc. 34th European Microwave Conf*, vol. 2, 2004, pp. 545–548. [67](#), [68](#), [74](#)
- [80] R. G. Carter, “Accuracy of microwave cavity perturbation measurements,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 5, pp. 918–923, 2001. [68](#)

- [81] R. Marin, A. Mossinger, J. Freese, S. Muller, and R. Jakoby, “Basic investigations of 35 ghz reflector-arrays and tunable unit-cells for beamsteering applications,” in *Proc. European Radar Conf. EURAD 2005*, 2005, pp. 291–294. [68](#)
- [82] F. Goelden, A. Lapanik, A. Gaebler, S. Mueller, W. Haase, and R. Jakoby, “Systematic investigation of nematic liquid crystal mixtures at 30 ghz,” in *Proc. Digest of the IEEE/LEOS Summer Topical Meetings*, 2007, pp. 202–203. [68](#)
- [83] W. Hu, R. Dickie, R. Cahill, H. Gamble, Y. Ismail, V. Fusco, D. Linton, N. Grant, and S. Rea, “Liquid crystal tunable mm wave frequency selective surface,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 17, no. 9, pp. 667–669, 2007. [68](#), [69](#)
- [84] R. T. I. Baharav and G. Lee, “System and method for security inspection using microwave imaging,” US Patent US6 965 340, 2005. [91](#)
- [85] P. W. Hannan and M. A. Balfour, “Simulation of a phased-array antenna in waveguide,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 13, no. 3, pp. 342–353, 1965. [108](#)